

MATHEMATIQUES

TL - TES 2014-2015

Corrigés des devoirs

DS1 24 /09/2014 page2

DV 06/10/2014 page 5

DS 12/11/2014 page 8

DV 24/11/2014 page 13

DS 17/12/2014 page 15

Bac Blanc 13/01/2015 page 20

DV 30/01/2015 page 25

DV 03/03/2015 page 28

DS 18/03/2015 page 29

DV 28/04/2015 page 35

DS 20/05/2015 page 36

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES TES Bleue et Pervenche 24/09/2014 3 H
CALCULATRICE PERSONNELLE AUTORISÉE AUCUN DOCUMENT

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Inscrivez le nom de votre enseignant.

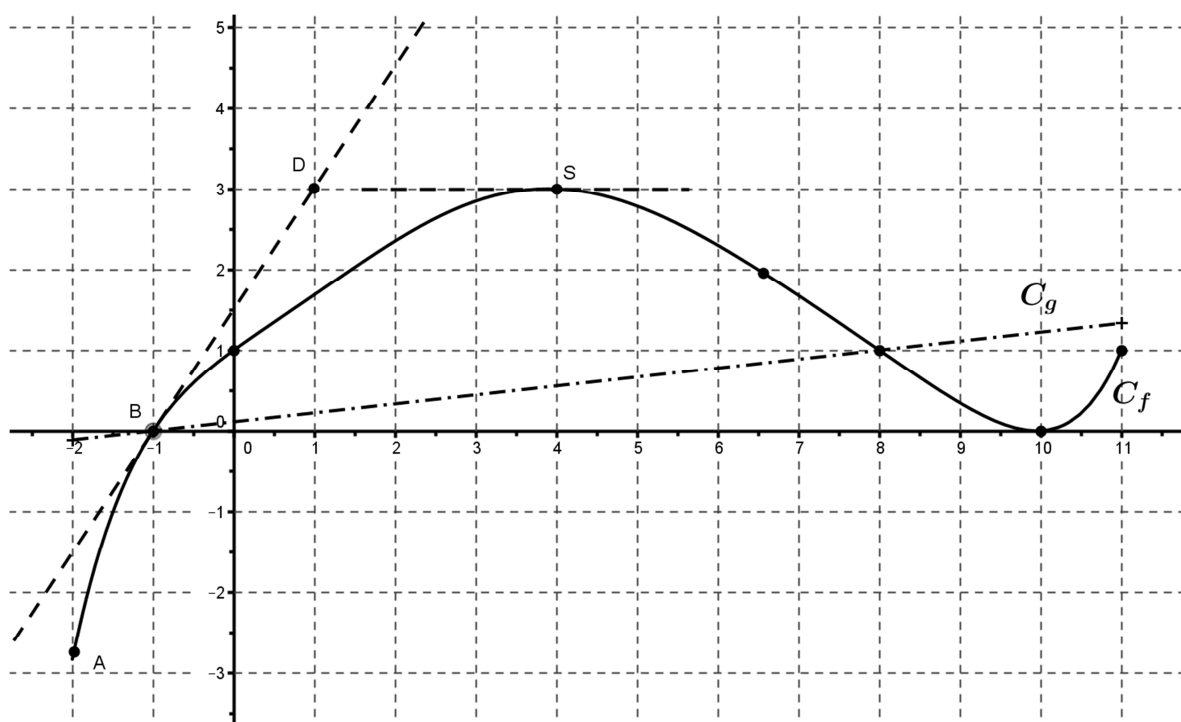
EXERCICE I : (6 points) 2.5+2+1.5

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $I = [-2 ; 11]$. Elle est notée C_f .

Dans ce repère, on a aussi tracé :

- La droite (BD) tangente à C_f en B .
- La tangente à C_f en S .

On précise que le point $A(-2 ; -2,75)$ est sur la courbe C_f .



Aucune justification n'est demandée dans la question 1°

1° Le tableau de variation de la fonction f . On mettra aussi la ligne $f'(x)$.

x	-2	4	10	11				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	déduit	
f	-2,75		3		0		1	lu

a) Le tableau de signe de $f(x)$

x	-2	-1	10	11	
$f(x)$	-	0	+	0	+

b) Les valeurs suivantes : $f'(-1)$; $f'(4)$

$f'(-1)$ est le coefficient directeur de la tangente en B à la courbe : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{2}$ Donc $f'(-1) = \frac{3}{2}$

En S d'abscisse 4, la tangente est horizontale donc $f'(4) = 0$

c) L'ensemble de solutions sur I de l'inéquation $f'(x) \leq 0$.
 $f'(x) \leq 0$ lorsque la fonction f est décroissante donc d'après le tableau de variation,
Les solutions de l'inéquation $f'(x) \leq 0$ sont $x \in [4 ; 10]$

d) L'équation de la droite (BD)

(BD) a pour coefficient directeur $\frac{3}{2}$ donc (BD) a pour équation $y = \frac{3}{2}x + p$

$B(-1 ; 0)$ vérifie l'équation donc $0 = \frac{3}{2}(-1) + p$ donc $p = -\frac{3}{2}$

Donc (BD) a pour équation $y = \frac{3}{2}x - 1,5$

e)) L'intervalle image d'un intervalle fermé par une fonction est l'intervalle dont les bornes sont le minimum et le maximum de la fonction sur l'intervalle :

L'intervalle image par la fonction f de $[4 ; 10]$ est $[0 ; 3]$

L'intervalle image par la fonction f de $[-2 ; 11]$ est $[-2,75 ; 3]$. (le minimum est l'ordonnée de A donnée dans le texte de l'énoncé)

2° a) Les solutions de l'équation $f(x) = 1$ sont les abscisses des points de la courbe C_f dont l'ordonnée est égale à 1. Les solutions sont 0 ; 8 et 11.

b)) Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 1$ sont les abscisses des points de la courbe C_f dont l'ordonnée est inférieure ou égale à 1.

L'ensemble de solutions est $S = [-2 ; 0] \cup [8 ; 11]$

3° On considère la fonction g définie sur $[-2 ; 11]$ par $g(x) = \frac{1}{9}x + \frac{1}{9}$

a)) Tracer C_g . Par exemple avec la calculatrice, on cherche un point simple si $x = -1$ alors $y = 0$.

Puis on utilise le coefficient directeur $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{9}$ ou bien un autre point si $x = 8$ alors $y = 1$

b)) La courbe C_f et la droite C_g ont deux points d'intersections E $(-1 ; 0)$ et F $(8 ; 1)$

c)) Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe C_f situés au-dessus ou en contact avec la droite C_g

L'ensemble des solutions est $[-1 ; 8]$

EXERCICE II : (8 points) 1° 0.75 2° 4.5 3° 2.75

L'entreprise CoTon produit du tissu en coton. Celui-ci est fabriqué en 1 mètre de large et pour une longueur x exprimée en kilomètre, x étant compris entre 0 et 8.

Le coût total de production en euros de l'entreprise CoTon est donné en fonction de la longueur x par la formule :

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750$$

Le graphique annexe donne la représentation graphique de la fonction C

Partie A : Étude du bénéfice

1. Tracer sur le graphique la droite D_1 d'équation $y = 400x$.

Pour $x = 0, y = 0$ pour $x = 5, y = 400 \times 5 = 2000$ ce qui permet de tracer la droite

La droite d'équation $y = 400x$ est en-dessous de la courbe de la fonction Coût, ce qui signifie que pour un prix unitaire de 400€, la recette ne peut être supérieure au coût, donc l'entreprise ne peut pas réaliser de bénéfice.

2. a. Tracer sur le graphique la droite D_2 d'équation $y = 680x$.

Pour $x = 0, y = 0$ pour $x = 5, y = 680 \times 5 = 3400$ ce qui permet de tracer la droite

Pour un prix de 680€, la droite d'équation $y = 680x$ est au-dessus de la courbe du coût sur l'intervalle $[2,1 ; 8]$, l'entreprise réalisera un bénéfice pour une production comprise entre 2,1 km et 8 km de tissu à 0,1 km près.

b. Bénéfice : Pour tout x de $[0 ; 8]$ on a :

$$\begin{aligned} B(x) &= 680x - C(x) \\ &= 680x - (15x^3 - 120x^2 + 500x + 750) \\ &= -15x^3 + 120x^2 + 180x - 750 \end{aligned}$$

c. Dérivée : Pour tout x de $[0 ; 8]$ on a :

$$B'(x) = -45x^2 + 240x + 180$$

De plus :

$$-45(x-6)\left(x+\frac{2}{3}\right) = -45\left(x^2 + \frac{2}{3}x - 6x - 4\right) = -45x^2 - 30x + 270x + 180 = -45x^2 + 240x + 180$$

$$\text{Donc } B'(x) = -45(x-6)\left(x+\frac{2}{3}\right)$$

d. Signe de la dérivée :

$B'(x)$ a pour racines les réels $-\frac{2}{3}$ et 6 $-\frac{2}{3} \notin [0 ; 8]$

x	0	6	8
-6		—	—
$x + 2/3$		+	+
$x - 6$		—	0
$B'(x)$		+	0

e. Tableaux de variations

x	0	α	6	8
$B'(x)$		+	0	—
$B(x)$	—750	0	1410	690

La fonction B est strictement croissante sur $[0 ; 6]$ et strictement décroissante sur $[6 ; 10]$

f. Bénéfice maximum :

L'entreprise doit produire et vendre $6km$ de tissu pour réaliser un bénéfice maximal de 1410 €.

3. a. Montrer que l'équation $B(x) = 0$ admet une unique solution dans $[0 ; 6]$, on la note α .

La fonction B est continue et strictement croissante sur $[0 ; 6]$

L'intervalle image de $[0 ; 6]$ est $[-750 ; 1410]$

$0 \in [-750 ; 1410]$

Donc l'équation $B(x) = 0$ admet une unique solution dans $[0 ; 6]$, on la note α

b. Déterminer un encadrement de α à 0,1 près.

x	$B(x)$
2,0	-30
α	0
2,1	18,285

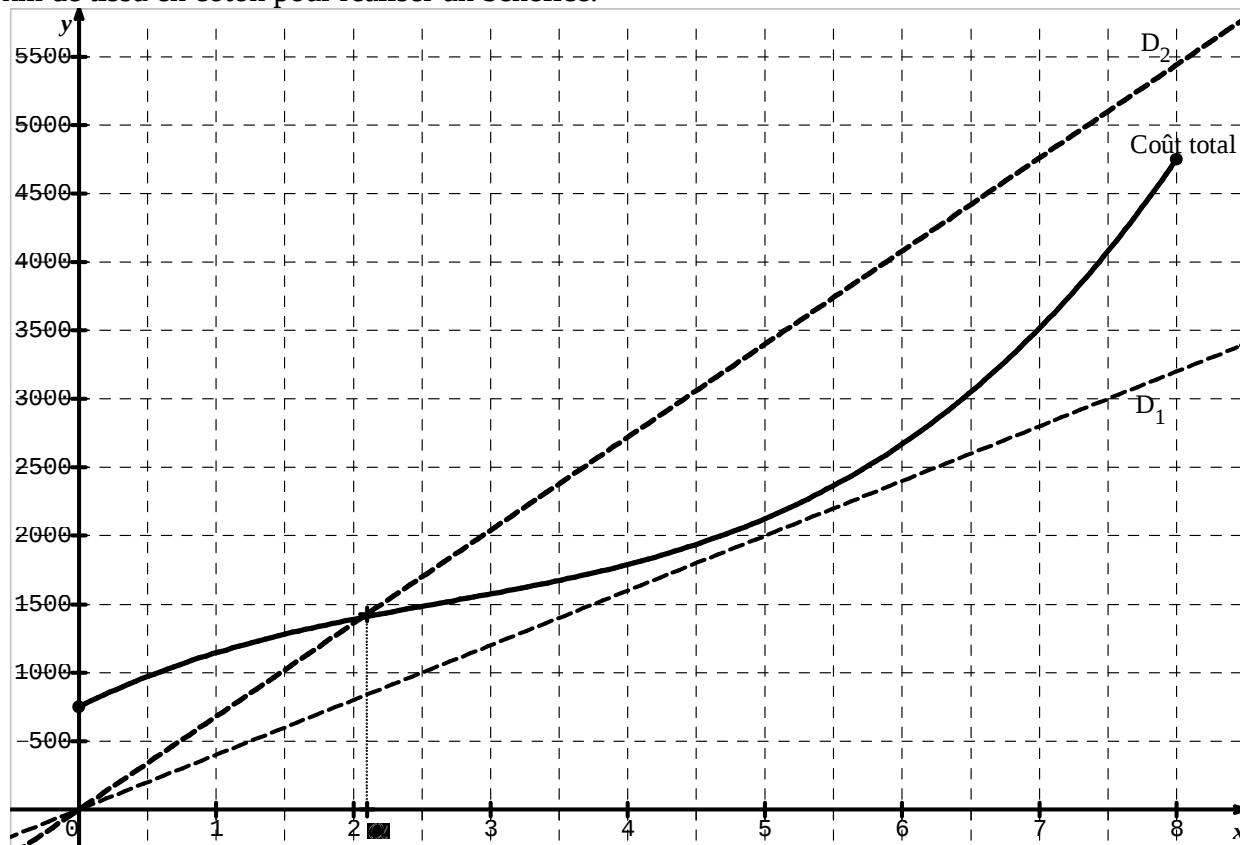
D'où $2,0 \leq \alpha \leq 2,1$ est un encadrement à 0,1 près

c. Dresser le tableau de signe de $B(x)$.

D'après le tableau de variations complété avec α

x	0	2,0	α	2,1	8
$B'(x)$		—	0	+	

e. D'après le tableau de signe de la question précédente, l'entreprise doit produire et vendre au moins 2,1 km de tissu en coton pour réaliser un bénéfice.



EXERCICE III : (6 points)

1° 1.5 2° 1.5+1+1 3° 1

1° on a $N(x) = -15x^2 - 120x + 135 = 15(-x^2 - 8x + 9)$ dont le discriminant est :

$\Delta = 64 - 4 \times (-1) \times 9 = 100 > 0$. Le trinôme admet donc deux racines réelles : $x_1 = 1$ et $x_2 = -9$.

Comme $a = -15 < 0$ on obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-9	1	$+\infty$
$N(x)$	$-$	0	$+$	$-$

2.a) soit x de $\mathbb{R}$, Avec $u(x) = 15x + 60$ et $v(x) = x^2 + 9$; $u'(x) = 15$ et $v'(x) = 2x$. Or $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

$$f'(x) = \frac{15(x^2 + 9) - (15x + 60)(2x)}{(x^2 + 9)^2} = \frac{15x^2 + 135 - 30x^2 - 120x}{(x^2 + 9)^2} = \frac{-15x^2 - 120x + 135}{(x^2 + 9)^2} = \frac{N(x)}{(x^2 + 9)^2}$$

2.b) signe de $f'(x)$

x	$-\infty$	-9	1	$+\infty$
$N(x)$	$-$	0	$+$	$-$
$(x^2 + 9)^2$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$

2.c. On déduit du tableau de signe de $f'(x)$ que :

La fonction f est strictement décroissante sur $] -\infty ; -9]$ et sur $[1 ; +\infty[$.

La fonction f est strictement croissante sur $[-9 ; 1]$

3. tableau de variation de la fonction f :

x	$-\infty$	-9	1	$+\infty$
f		$-\frac{5}{6}$	$7,5$	

$$f(-9) = -\frac{5}{6} \text{ et } f(1) = 7,5.$$

EXERCICE I : (5 points)

On donne la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[2 ; 11]$. *Aucune justification n'est demandée.*

1° Donner les valeurs suivantes :

$$f(3) = 4 \quad f'(3) = -3 \quad f(5) = 2 \quad f'(5) = 0$$

$$f(9) = 4 \quad f'(9) = \frac{3}{4}$$

2° Déterminer une équation de la tangente en A : $y = f'(3)(x - 3) + f(3)$ $y = -3x + 13$

3° Déterminer une équation de la tangente en S : $y = 2$

EXERCICE II : (5 points)

1° Signe de $f'(x)$

x	0	1	5	7
$f'(x)$	—	0	+	—

1° b) On en déduit : la fonction f est décroissante sur $[0 ; 1]$, croissante sur $[1 ; 5]$, décroissante sur $[5 ; 7]$

2° a) Variations de f'

x	0	3	7
$f'(x)$	-2.5	2	-6
$f''(x)$	+	0	—

2° b) la fonction f est convexe sur $[0 ; 3]$ et concave sur $[3 ; 7]$

2° c) f'' s'annule et change de signe en 3, donc la courbe C_f admet un point d'inflexion $K(3 ; f(3))$

EXERCICE III : (7 points)

On considère la fonction f définie sur $[0 ; 10]$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7$.

1° Pour $x \in [0 ; 10]$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x \quad f''(x) = 6x - 12.$$

2° a) Signe de $f''(x)$

x	0	2	10
$f''(x)$	—	0	+

On a $f''(x) \leq 0$ pour $x \in [0 ; 2]$, donc la fonction f est concave sur $[0 ; 2]$

On a $f''(x) \geq 0$ pour $x \in [2 ; 10]$, donc la fonction f est convexe sur $[2 ; 10]$.

Remarque : f'' s'annule et change de signe en 2, donc le point $K(2 ; f(2))$ est un point d'inflexion de C_f

$$K(2 ; -9) \quad f(2) = 2^3 - 6 \times 2^2 + 7$$

3° Dresser le tableau de variations de la fonction f' .

x	0	2	10
$f''(x)$	—	0	+
$f'(x)$	0	-12	180

4° a) Signe de $f'(x)$: $f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x - 4)$

x	0	4	10
$3x$	0		
$x - 4$		0	
$f'(x)$	0	−	0 +

Dresser le tableau de variations de la fonction f .

x	0	4	10	
$f'(x)$	0	-	0	+
$f(x)$	7		-25	407

EXERCICE IV : (3 points)

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[0 ; 6]$.

En exploitant au mieux les informations données par le logiciel de calcul formel :

F1+ Tools	F2+ Algebra	F3+ Calc	F4+ Other	F5+ Pr3mlD	F6+ Clean Up
$\frac{x^2}{x+2} \rightarrow f(x)$ Done					
$x^2/(x+2)+f(x)$					
MAIN RAD AUTO FUNC 1/30					

F1+ Tools	F2+ Algebra	F3+ Calc	F4+ Other	F5+ Pr3mlD	F6+ Clean Up
$x+2$					
$\frac{d}{dx}(f(x))$ $\frac{x \cdot (x+4)}{(x+2)^2}$					
$\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(f(x))\right)$ $\frac{8}{(x+2)^3}$					
$d(d(f(x), x), x)$					
MAIN RAD AUTO FUNC 3/30					

1° On nous donne pour $x \in [0 ; 6]$:

$$f(x) = \frac{x^2}{x+2} \quad f'(x) = \frac{x(x+4)}{(x+2)^2} \quad f''(x) = \frac{8}{(x+2)^3}$$

Signe de $f''(x)$:

x	0	6
8		+
$(x+2)^3$		+
$f''(x)$		+

$r = -2 \notin [0 ; 6]$ $(x+2)^3$ est du même signe que $x+2$

On a $f''(x) > 0$ pour tout x de $[0 ; 6]$ donc la fonction f est convexe sur $[0 ; 6]$

2° Dresser le tableau de variation de la fonction f .

x	0	6
x	0	+
$x+4$		+
$(x+2)^2$		+
$f'(x)$	0	+

$r = 0$

$r = -4 \notin [0 ; 6]$

$r = -2 \notin [0 ; 6]$

On en déduit :

x	0	6
$f'(x)$	0	+
$f(x)$	0	9/2

Corrigé DS2 TES-TL(spécialité) 12/11/2014 3 heures**EXERCICE I : (5 points) 1° : 1,25 2° : 1,5 3° : 2,25****d'après** Centres étrangers juin 2013On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[2; 8]$ par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 10x - 16}{x^2}$$

On appelle (C) sa courbe représentative dans un repère.**1° Dérivée**Pour tout x de $[2; 8]$

$$u(x) = -x^2 + 10x - 16 \quad u'(x) = -2x + 10$$

$$v(x) = x^2 \quad v'(x) = 2x$$

$$\text{Avec } \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2} \quad \text{on a :}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(-2x + 10) \times x^2 - (2x \times (-x^2 + 10x - 16))}{(x^2)^2} \\ &= \frac{-2x^3 + 10x^2 + 2x^3 - 20x^2 + 32x}{x^4} \\ &= \frac{-10x^2 + 32x}{x^4} \\ &= \frac{x(-10x + 32)}{x^4} \\ &= \frac{x \times x^3}{x^4} \cdot \frac{-10x + 32}{x^3} \\ &= \frac{-10x + 32}{x^3} \end{aligned}$$

2° a) signe de $f'(x)$:

x	2	3,2	8
$-10x + 32$	+	0	-
x^3	+		+
$f'(x)$	+	0	-

 x^3 est du même signe que x **2° b) Tableau de variations de la fonction f sur $[2; 8]$**

x	2	3,2	8
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	0,5625	0

Images

$$f(2) = 0$$

$$f(3,2) = 0,5625$$

$$f(8) = 0$$

3° dérivée seconde

$$\text{Pour tout } x \text{ de } [2; 8] \quad f''(x) = \frac{20x - 96}{x^4}$$

a) signe de $f''(x)$:

x	2	4,8	8
$20x - 96$	-	0	+
x^4	+		+
$f''(x)$	-	0	+

$$20x - 96 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{96}{20} = 4,8$$

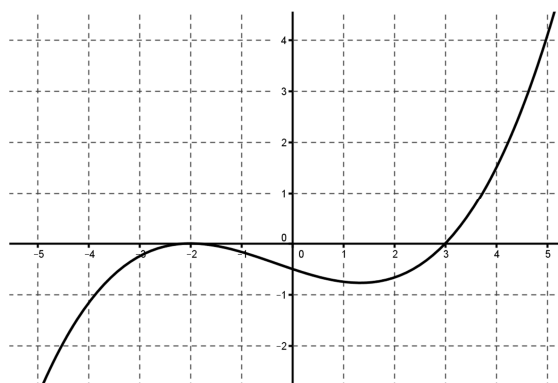
 x^4 est du même signe que x^2 On a $f''(x) \geq 0$ sur $[4,8; 8]$ donc la fonction f est convexe sur $[4,8; 8]$ On a $f''(x) \leq 0$ sur $[2; 4,8]$ donc la fonction f est concave sur $[2; 4,8]$ b) $f''(x)$ s'annule et change de signe en 4,8donc le point $K(4,8; f(4,8))$ est un point d'inflexion de C_f image ; $f(4,8) = \frac{7}{18}$ les coordonnées de $K\left(4,8; \frac{7}{18}\right)$

EXERCICE III : (4 points)**1° : 2 2° : 1 3° : 1**

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et deux fois dérivable. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f'' dérivée seconde de la fonction f , dans un repère orthonormé.

Les points suivants appartiennent à la courbe : $A(-2 ; 0)$; $B(0 ; -0,5)$ et $C(3 ; 0)$.

Courbe représentative de la **fonction f''**



Dans tout cet exercice, chaque réponse sera justifiée à partir d'arguments graphiques.

1. a. Dresser le tableau de signe de f''

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f''(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

1. b. La courbe représentative de f admet-elle des points d'inflexion?

Le point d'abscisse 3 de la courbe représentative de f est un point d'inflexion car d'après le tableau de signe précédent $f''(x)$ s'annule en changeant de signe en 3.

On peut remarquer que f'' s'annule sans changer de signe en -2 , donc le point de coordonnées $(-2 ; f(-2))$ n'est pas un point d'inflexion de C_f

1. c. Dresser le tableau de variations de la fonction f'

d'après le tableau de signe précédent $f''(x)$ on a :

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f''(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$f'(x)$					

2. Sur $[-2 ; 3]$, la fonction est-elle convexe ? Est-elle concave ?

Sur $[-2 ; 3]$, $f''(x) \leq 0$ donc la fonction f est concave sur $[-2 ; 3]$

3. Une des deux courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f et l'autre celle de f' .

D'après le tableau de variations de f' (question 1c) la courbe représentative de la fonction f' est la courbe 1, c'est la seule courbe qui représente une fonction décroissante sur $] - \infty ; 3]$ puis croissante sur $[3 ; +\infty[$.

Par déduction celle de f est la courbe 2.

(on remarque que sur les intervalles où f' est négative f est effectivement décroissante et sur les intervalles où f' est positive f est effectivement croissante).

EXERCICE II : (6 points) 1° : 1.5 2° : 2.75 3° : 1.25 4° : 0,5*d'après Polynésie juin 2013*

La production des perles de culture de Tahiti est une activité économique importante pour la Polynésie. Les montants réalisés à l'exportation des produits perliers de 2008 à 2011 sont donnés dans le tableau suivant, **en milliers d'euros** :

année	2008	2009	2010	2011
Valeurs brutes des produits perliers (en milliers d'euros)	81295	66052	64690	63182

Source : ISPF (Institut de Statistiques de Polynésie Française)

On admet dans tout l'exercice que la production baissera de 8% par an à partir de 2011.

1. On considère l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un nombre positif P
Traitement	Affecter la valeur 0 à la variable N {initialisation} Affecter la valeur 63 182 à U {initialisation} Tant que $U > P$ Affecter la valeur $N + 1$ à N Affecter la valeur $0,92 \times U$ à U Fin de Tant que Affecter la valeur $N + 2011$ à N
Sortie	Afficher N

Pour la valeur $P = 50\,000$ saisie, recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant.

Valeur de n	0	1	2	3
Valeur de U	63182	58127,44	53477,24	49199,07
Condition $U > P$	Vrai	Vrai	Vrai	Faux

En sortie, l'algorithme affiche la valeur 2014

Interprétation : L'algorithme fait des baisses successives annuelles de 8% à partir du montant initial 63182 en 2011 jusqu'à passer le seuil de $P = 50\,000$.

Le montant des exportations de perles devient pour la 1^{ère} fois inférieur à 50 000 milliers d'euros en 2011+ 3 c'est à dire en 2014.

2. On note u_0 le montant en 2011, en milliers d'euros,
et u_n le montant en 2011 + n , en milliers d'euros.
 On a donc $u_0 = 63\,182$.

Chaque année la production diminue de 8 % à partir de 2011

Montant réalisé à l'exportation en 2011 + n : u_n

Montant réalisé à l'exportation en 2011 + $n + 1$: u_{n+1}

-8% par an

Donc pour tout entier n , $u_{n+1} = u_n \left(1 - \frac{8}{100}\right) = 0,92 u_n$

On en déduit que la suite (u_n) est géométrique de raison 0,92 et de 1^{er} terme $u_0 = 63\,182$

a. Exprimer, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .

La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 0,92$ et 1^{er} terme $u_0 = 63\,182$

donc $u_n = u_0 \times q^n$

$u_n = 63\,182 \times 0,92^n$

b. Le montant en 2016 est u_5
 $u_5 = 63\,182 \times 0,92^5 \approx 41\,642$

En 2016, on peut prévoir un montant de 41 642 milliers d'euros pour l'exportation des produits perliers.

c. Avec ce modèle, à partir de quelle année peut-on prévoir un montant d'exportation des produits perliers de Polynésie inférieur à 20 000 milliers d'euros ?

Comme le montant des exportations de perles baisse, la suite est décroissante ($u_0 > 0$ et $0 < 0,92 < 1$) on peut alors utiliser la table de la calculatrice

$$u_{13} \approx 21\,372 > 20\,000$$

$$u_{14} \approx 19\,662 < 20\,000$$

On peut donc prévoir un montant d'exportations de produits perliers inférieur à 20 000 milliers d'euros à partir de 2025

3. Montant cumulé des produits perliers exportés que l'on peut prévoir avec ce modèle à partir de 2011 (comprise) jusqu'à 2020 (comprise).

2011 est l'année de rang 0 ; 2020 est l'année de rang 9

Le montant cumulé des produits perliers exportés de 2011 à 2020 est égal à la somme

$$M = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_9$$

M est la somme de 10 termes de la suite géométrique (u_n) de raison $q = 0,92 \neq 1$

$$M = u_0 \frac{1 - 0,92^{nb \text{ de termes}}}{1 - 0,92} = 63\,182 \frac{1 - 0,92^{10}}{1 - 0,92}$$

$$M \approx 446\,705,86$$

Avec ce modèle, on peut prévoir un montant cumulé des produits perliers exportés de 2011 à 2020 est égal à 446 706 milliers d'euros

4. On veut produire une feuille de calcul à l'aide d'un tableur donnant la valeur de u_n et la somme des termes consécutifs $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

Quelles formules doit-on écrire dans les cellules B3 et C3 pour produire cette feuille de calcul ?

	A	B	C
1	n	u_n	S_n
2	0	63182	63182
3	1	58127,44	121309,44
4	2	53477,24	174786,68
5	3		
6			

Formule dans la cellule B 3 $\boxed{= 0,92*B2}$

Formule dans la cellule C 3 $\boxed{= C2+B3}$

(nouvelle somme = somme précédente + nouveau terme)

EXERCICE IV : (5 points) A : 1° 0,5 2° a-b 1,75 2° c-d 1,75 B : 1° 0,5 2° 0,5

Partie A : 1° Les courbes représentatives C_f et C_g se coupent en $E(1,2 ; 1,75)$.

2° On considère la fonction h définie sur l'intervalle $[0 ; 3]$ par $h(x) = f(x) - g(x)$.

$$h(x) = x^3 - (3 - x) = x^3 + x - 3$$

2.a. Dérivée : pour tout $x \in [0 ; 3]$

$$h'(x) = 3x^2 + 1$$

Signe de la dérivée : pour tout $x \in [0 ; 3]$, on a :

$$x \geq 0 \text{ donc } x^2 \geq 0 \text{ donc } 3x^2 \geq 0 \text{ donc } 3x^2 + 1 > 0 \text{ donc } h'(x) > 0$$

Sens de variation :

La fonction h est strictement croissante sur $[0 ; 3]$.

2.b. Tableau de variation de h

x	0	x_0	3
$h'(x)$		+	
$h(x)$	-3	0	27

2.c. D'après son tableau de variation,

- La fonction h est continue et strictement croissante sur $[0 ; 3]$
- l'intervalle image de $[0 ; 3]$ par h est $[-3 ; 27]$
- de plus $0 \in [-3 ; 27]$

donc l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution dans $[0 ; 3]$. On la note x_0 .

2.d. valeur arrondie de x_0 au centième :

x	$h(x)$
1,21	-0,0184
x_0	0
1,22	+0,03585

De plus $h(1,215) \approx +0,009$ donc $x_0 \approx 1,21$ arrondie au centième.

Partie B :

1° $f(x)$ et $g(x)$ représentent les quantités offertes (par les producteurs) ou demandées (par les consommateurs) en fonction du prix unitaire x .

Le prix d'équilibre est donc la solution de l'équation $f(x) = g(x)$

$$\text{Or : } f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow h(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0 \text{ (cf A2. c.)}$$

De plus,

$x_0 \approx 1,21$ arrondie au centième, le prix d'équilibre est donc de 1,21 centaines d'euros c'est-à-dire 121€.

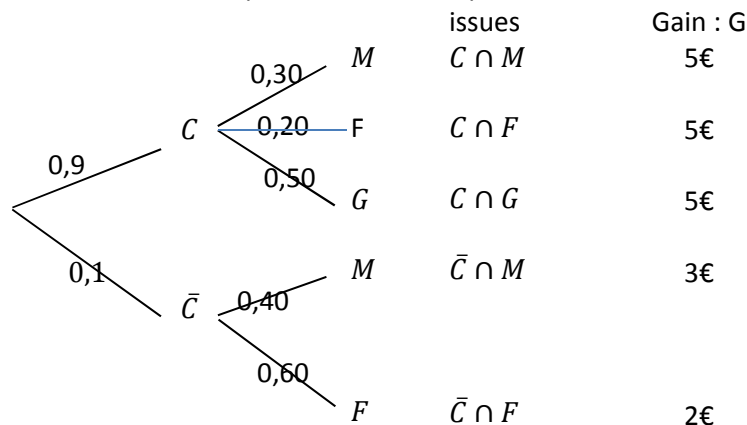
2° $f(x_0) = x_0^3 \approx 1,21^3 \approx 1,772$ arrondi au millième.

$$g(x_0) = 3 - 1,21 = 1,79 \text{ arrondi au centième}$$

Pour un prix unitaire égal au prix d'équilibre, la quantité « d'équilibre » est 1,772 milliers d'articles, c'est-à-dire 1800 articles à une centaine près.

Ex1

1. Construire un arbre de probabilités correspondant à cette situation.



Données : $p(C) = \frac{9}{10} = 0,9$ $p_C(M) = 0,30$ $p_C(G) = 0,50$ $p_{\bar{C}}(F) = 0,6$

Données déduites : $p(\bar{C}) = 0,1$ $p_C(F) = 0,20$ $p_{\bar{C}}(M) = 0,4$

2 $p(\bar{C} \cap F) = p(\bar{C}) \times p_{\bar{C}}(F) = 0,1 \times 0,6 = 0,06$

La probabilité que le client achète une barquette de framboises à déguster est 0,06.

3. F est la réunion des événements $C \cap F$ et $\bar{C} \cap F$ qui sont incompatibles,

$$p(F) = p(C \cap F) + p(\bar{C} \cap F)$$

Or $p(C \cap F) = p(C) \times p_C(F) = 0,9 \times 0,2 = 0,18$

D'où $p(F) = 0,18 + 0,06 = 0,24$

Ainsi la probabilité que le client achète une barquette de framboises est égale à 0,24.

4.. $p_F(C) = \frac{p(C \cap F)}{p(F)} = \frac{0,18}{0,24} = 0,75$

Sachant que le client achète une barquette de framboises, la probabilité que ce soit une barquette de fruits à confiture est 0,75.

5.a. Le gain réalisé peut être de 2€, 3€ ou 5€

- $p(G = 2) = p(\bar{C} \cap F) = 0,06$
 $p(G = 3) = p(\bar{C} \cap M) = p(\bar{C}) \times p_{\bar{C}}(M) = 0,1 \times 0,4 = 0,04$
- $p(G = 5) = p(C) = 0,9$

D'où la loi de probabilité :

Valeur x_i	2	3	5
Probabilité p_i	0,06	0,04	0,9

5.b. Espérance de la loi de probabilité :

$$E = \sum_{i=1}^{i=3} p_i \times x_i = 0,06 \times 2 + 0,04 \times 3 + 0,9 \times 5 = 4,74$$

Le commerçant peut espérer gagner 4,74€ par barquette vendue.

Ex 2

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise internet régulièrement	760	630	350	1740
N'utilise pas internet régulièrement	40	70	150	260
Total	800	700	500	2000

On choisit au hasard un questionnaire d'élève en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité.

☺ **De plus, on dispose de la répartition des effectifs, donc on raisonne avec :** $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$

1.. Déterminer la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement internet.

Il y a 760 élèves qui sont en seconde et utilisent internet (favorables) parmi les 2000 élèves (possibles), donc

$$p(S \cap I) = \frac{760}{2000} = 0,38$$

Ainsi, la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement internet est 0,38

2.. Calculer la probabilité de I sachant T , notée $p_T(I)$, et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.

Il y a 350 utilisateurs d'internet (favorables) parmi les 500 élèves de Terminale (possibles), donc

$$p_T(I) = \frac{350}{500} = 0,7$$

Ainsi, la probabilité de I sachant T est égale à 0,7

Ou :

parmi les élèves de terminale, 70 % utilisent régulièrement internet, cela signifie que $p_T(I) = \frac{70}{100} = 0,7$

Interprétation : sachant que le questionnaire est celui d'un élève de terminale, la probabilité qu'il soit d'un utilisateur régulier d'internet est 0,7.

3.. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas internet.

Il y a 260 élèves non utilisateurs d'internet (favorables) parmi les 2000 élèves (possibles), donc

$$p(I) = \frac{260}{2000} = 0,13$$

La probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas internet est : 0,13.

Partie A : étude graphique 1pt

1° Le bénéfice sera supérieur ou égal à 13 000 euros pour un nombre de poulies compris entre 2500 et 3400 poulies, arrondies à la centaine de poulies ; on lit les abscisses des points de C ayant une ordonnée supérieure ou égale à 13.

2° Le bénéfice maximum envisageable pour l'entreprise est d'environ 15 000€ pour 3000 poulies fabriquées et vendues.

Partie B : étude théorique 1° : 2.25 2° : 1.75

1° a) Dérivée :

Pour tout x de $[0 ; 3,6]$

$$u(x) = 4 - x \quad u'(x) = -1$$

$$v(x) = e^x \quad v'(x) = e^x \quad (u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$$

$$\begin{aligned} B'(x) &= 0 + (-1) \times e^x + e^x \times (4 - x) \\ &= e^x(-1 + 4 - x) \\ &= e^x(3 - x) \end{aligned}$$

1b) signe de $B'(x)$

x	0	3	3,6
e^x	+	+	
$3 - x$	+	0	-
$B'(x)$	+	0	-

$e^x > 0$ sur $\mathbb{R}$

1c) Tableau de variation

x	0	x_1	3	x_2	3,6
$B'(x)$		+	0	-	
$B(x)$	-1	↗ 13		↘ 13	
			$-5 + e^3$		$-5 + 0,4e^{3,6}$

Images :

$$B(0) = -5 + 4e^0 = -1 \quad B(3) = -5 + e^3 \approx 15,085 \quad B(3,6) = -5 + 0,4e^{3,6} \approx 9,639$$

2°a) D'après son tableau de variation,

- La fonction B est continue et strictement croissante sur $[0 ; 3]$

L'intervalle image de $[0 ; 3]$ est $[-1 ; -5 + e^3]$

De plus, $13 \in [-1 ; -5 + e^3]$

Donc l'équation $B(x) = 13$ admet une unique solution dans $[0 ; 3]$, on la note x_1

- La fonction B est continue et strictement décroissante sur $[3 ; 3,6]$

L'intervalle image de $[3 ; 3,6]$ est $[-5 + 0,4e^{3,6} ; -5 + e^3]$ ☹️ pensez à l'ordre !!!!

De plus, $13 \in [-5 + 0,4e^{3,6} ; -5 + e^3]$

Donc l'équation $B(x) = 13$ admet une unique solution dans $[3 ; 3,6]$, on la note x_2

2.b) valeurs approchées à 0,01 près

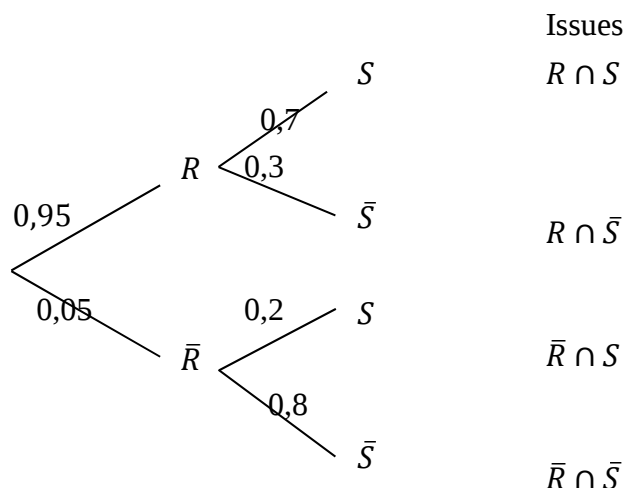
x	$B(x)$
2,45	12,96
x_1	13
2,46	13,025

x	$B(x)$
3,39	13,096
x_2	13
3,40	12,978

D'où les valeurs approchées : $x_1 \approx 2,46$ $x_2 \approx 3,39$ à 0,01 près

EXERCICE II 1° 0.5 2° 0.5 3° 1 4° 1 5° 2 Polynésie Septembre 2014

1. Arbre pondéré de la situation



Données :

$$\begin{aligned} p(R) &= 0,95 \\ p_R(S) &= 0,70 \\ p_{\bar{R}}(S) &= 0,20 \end{aligned}$$

Données déduites :

$$\begin{aligned} p(\bar{R}) &= 0,05 \\ p_R(\bar{S}) &= 0,30 \\ p_{\bar{R}}(\bar{S}) &= 0,8 \end{aligned}$$

2. On cherche $p(R \cap S)$

$$p(R \cap S) = p(R) \times p_R(S) = 0,95 \times 0,7 = 0,665.$$

La probabilité que l'élève mange régulièrement à la cantine et soit satisfait de la qualité des repas est 0,665

3. S est la réunion de $R \cap S$ et $\bar{R} \cap S$ qui sont incompatibles (ou $R \cap S$ et $\bar{R} \cap S$ forment une partition de S)

Donc d'après la formule des probabilités totales

$$p(S) = p(R \cap S) + p(\bar{R} \cap S) = 0,665 + p(\bar{R}) \times p_{\bar{R}}(S)$$

$$\text{D'où } p(S) = 0,665 + 0,05 \times 0,2 = 0,675$$

Ainsi la probabilité de l'événement S est égale à 0,675

$$4. \quad p_{\bar{S}}(R) = \frac{p(R \cap \bar{S})}{p(\bar{S})} = \frac{0,95 \times 0,3}{1 - p(S)} = \frac{0,95 \times 0,3}{1 - 0,675} \approx 0,877$$

Ainsi la probabilité que l'enfant mange régulièrement à la cantine sachant qu'il n'est pas satisfait des repas est égale à 0,877 arrondi au milliè.

5.a. Les paramètres de cette loi binomiale sont $n=4$ et $p=p(S) = 0,675$.

5.b. A= « X=4 »

$$\text{Donc } p(A) = p(X = 4) = \binom{4}{4} \times 0,675^4 \times 0,325^0 = 0,675^4 \approx 0,208 \quad \text{binomFdp}(4, 0.675, 4) \approx 0,207.$$

Ainsi la probabilité que les quatre élèves soient satisfait de la qualité des repas est 0,208 arrondi au milliè

5.c. L'événement $\bar{A}$ est l'événement « au moins l'un des quatre élèves n'est pas satisfait de la qualité des repas ». $p(\bar{A}) = 1 - p(A) \approx 0,792$.

EXERCICE III : (5 points)

1° : 1.75 2° : 2 3° : 1.25

Antilles sept 2014

1. On modélise la situation par une suite géométrique (u_n) où le terme u_n est une estimation du nombre d'utilisations lors de l'année 2008 + n .

a. u_n est une estimation de ce nombre d'utilisations lors de l'année 2008 + n .

u_{n+1} est une estimation de ce nombre d'utilisations lors de l'année 2008 + $n + 1$.

De l'année 2008 + n à l'année 2008 + $n + 1$ l'augmentation du nombre d'utilisations de la Visio-conférence est de 20% donc $u_{n+1} = \left(1 + \frac{20}{100}\right) u_n = 1,2 u_n$

donc la raison de la suite géométrique (u_n) est 1,2. Le premier terme u_0 de cette suite est $u_0 = 30$

b. Comme (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,2$

$u_n = u_0 q^n$ donc $u_n = 30 \times 1,2^n$

c. Vérifier qu'en 2013 on a atteint 74 utilisations de la visio-conférence.

En 2013, $n = 5$ et $u_5 = 30 \times 1,2^5 \approx 74,65$

Donc en 2013, on atteint 74 utilisations de visio-conférences

2. a. On donne la valeur 100 à A.

Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant.

Les valeurs de U seront données **approchées par défaut à l'entier près**.

Test $U < A$		vrai	vrai	vrai	vrai	vrai	vrai	Vrai	Faux : ARRET
Valeur de U	30	36	43	51	62	74	89	107	
Valeur de n	0	1	2	3	4	5	6	7	



Notons que le test porte sur la valeur de U de la colonne précédente

b. La valeur affichée en sortie est la dernière valeur de n c'est-à-dire 7

c. Interprétation : Le nombre de vision conférences sera **pour la première fois supérieur ou égal à 100** en 2008+7 c'est-à-dire en 2015.

3. Le coût de l'installation des appareils de visio-conférence sera amorti quand le **nombre total d'utilisations aura dépassé 400**. 🌸 🌸

On calcule la somme des termes consécutifs de la suite (u_n) **jusqu'à ce que cette somme dépasse 400**

Réutilisons les valeurs arrondies par défaut calculées pour l'algorithme en les cumulant :

Valeur de n	0	1	2	3	4	5	6	7
Valeur de u_n	30	36	43	51	62	74	89	107
Cumul de u_0 à u_n	30	30+36=66	66+43=109	160	222	296	385	492

Donc le nombre total d'utilisations dépassera 400 en 2008+7 c'est-à-dire en 2015

$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_7 = 492 > 400$

L'installation sera donc amortie en 2015

EXERCICE IV Polynésie juin 2014

Partie A 0.5+0.5+1.25

1. Le nombre de 450 objets correspond à $x = 4,5$; on cherche donc l'image par la fonction C de 4,5.
On trouve environ 240 centaines d'euros, soit 24000 euros.
2. La somme de 60000 euros correspond à 600 centaines d'euros;
on cherche donc la valeur de x telle que $C(x) = 600$ et on trouve environ 6,5 ce qui correspond à 650 objets.

3. On considère que le coût marginal est donné par la fonction C' dérivée de la fonction C .

Idées :

Le coût marginal est donnée par la dérivée C'

Le nombre dérivé $C'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse a

a. Le coût marginal pour une production de 450 objets, est égal au nombre dérivé de la fonction C en

$x = 4,5$, donc au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point A.

Ce coefficient directeur est environ égal à 0, donc le coût marginal pour 450 objets est de 0€. $C'(4,5) \approx 0$

Pour 600 objets, on trace la tangente au point de la courbe d'abscisse 6 c'est-à-dire B ; son coefficient directeur est à peu près de $\frac{300}{1} = 300$.

Donc le coût marginal correspondant à 600 objets est à peu près de 300 euros. $C'(6) \approx 300$

b. En $x = 0$, le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentant C est strictement positif, donc le coût marginal est strictement positif. En $x = 4,5$, on a vu que le coût marginal était nul.

$C'(0) > 0$ mais $C'(4,5) = 0$

Autre justification possible : la courbe de coût est en dessous de ses tangentes sur $[0 ; 4,5]$ puis au-dessus sur $[4,5 ; 7]$, donc la fonction C est concave sur $[0 ; 4,5]$, puis convexe sur $[4,5 ; 7]$

Donc sa dérivée $'$, qui donne le coût marginal, est décroissante sur $[0 ; 4,5]$, puis croissante sur $[4,5 ; 7]$

Donc le coût marginal n'est pas croissant sur $[0 ; 7]$.

Partie B 0.75+1+1

1. On note r la fonction « recette » : $r(x)$ est le prix de vente, en centaines d'euros, de x centaines d'objets.

La vente de x centaines d'objets rapporte $75 \times x \times 100$ €, donc $75x$ centaines d'euros,

d'où $r(x) = 75x$.

La fonction r est une fonction linéaire, donc elle est représentée par une droite passant par l'origine.

$r(6) = 450$ donc la fonction recette est représentée par la droite D passant par les points de coordonnées $(0; 0)$ et $(6; 450)$.

2.a. Pour que l'entreprise fasse des bénéfices, il faut que la recette soit supérieure au coût, donc que $r(x) > C(x)$. Graphiquement, il s'agit de chercher les valeurs de x pour lesquelles la droite D est au dessus de la courbe. On trouve à peu près l'intervalle $] 2,8; 6,3 [$, ce qui correspond à un nombre d'objets compris entre 280 et 630.

Il faut donc produire entre 280 et 630 objets pour réaliser des bénéfices.

2.b. Le nombre de 500 objets correspond à $x = 5$, et le nombre de 600 objets correspond à $x = 6$.

On place les deux points d'abscisse 5 sur la droite D (point M) et sur la courbe (point N).

Le bénéfice réalisé pour 500 objets est donné alors par $r(5) - C(5)$ soit $y_M - y_N$ qui est aussi la longueur du segment $[MN]$. On place de même les deux points d'abscisse 6 sur la droite D (point P) et sur la courbe (point R).

Le bénéfice réalisé pour 600 objets est donné alors par $r(6) - C(6)$ soit $y_P - y_R$ qui est aussi la longueur du segment $[PR]$.

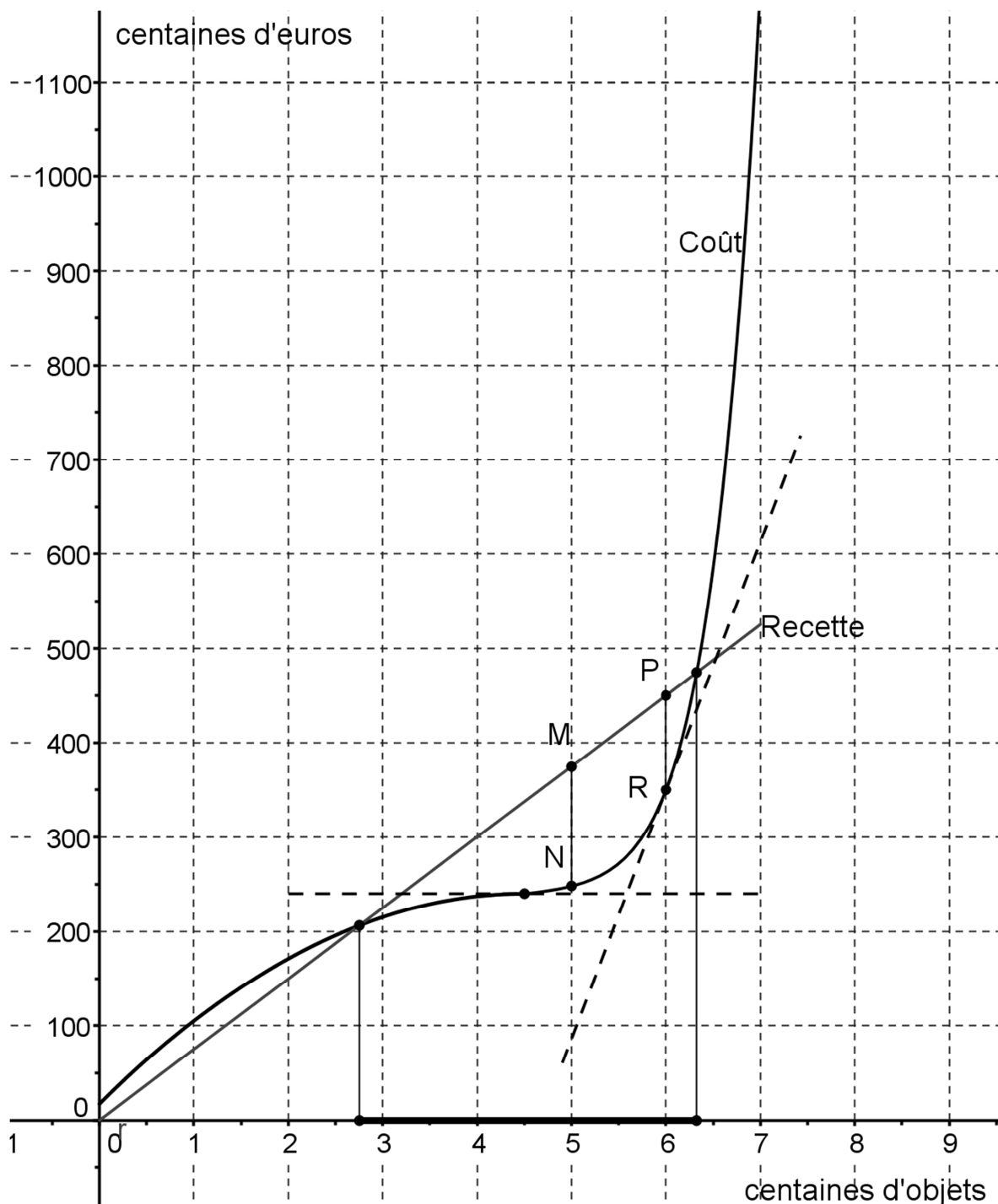
Sur le graphique, on voit que le segment $[MN]$ est plus grand que le segment $[PR]$ donc le bénéfice réalisé pour 500 objets est supérieur au bénéfice réalisé pour 600 objets.

L'affirmation proposée dans le texte est donc vraie.

Autre justification possible : on estime les bénéfices dans chaque cas

$r(5) = 375$ $C(5) \approx 250$ donc $r(5) - C(5) = 125$ d'où un bénéfice de 12500€ pour 500 objets

$r(6) = 450$ $C(6) \approx 350$ donc $r(6) - C(6) = 100$ d'où un bénéfice de 10000€ pour 600 objets



On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par $f(x) = (3x - 4)e^{-x} + 2$

1. On désigne par f' la dérivée de la fonction f .

Montrer que l'on a, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 4]$, $f'(x) = (7 - 3x)e^{-x}$

$$f(x) = (3x - 4)e^{-x} + 2$$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$u(x) = 3x - 4 \quad v(x) = e^{-x}$$

$$u'(x) = 3 \quad v'(x) = -e^{-x}$$

Pour tout x appartenant à $[0 ; 4]$,

$$f'(x) = 3e^{-x} + (3x - 4)(-e^{-x}) = e^{-x}(3 - 3x + 4)$$

$$\text{Donc } f'(x) = (7 - 3x)e^{-x}$$

2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 4]$ puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle. Toutes les valeurs du tableau seront données sous forme exacte.

Racines de la dérivée

$$7 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$$

$e^{-x} = 0$ est impossible puisque pour tout u , $e^u > 0$

Signe

x	0	$7/3$	4
e^{-x}	+	+	+
$7 - 3x$	+	0	-
$f'(x)$	+	0	-

$e^u > 0$ sur $\mathbb{R}$

Donc f est strictement croissante sur $\left[0 ; \frac{7}{3}\right]$ et strictement décroissante sur $\left[\frac{7}{3} ; 4\right]$

Tableau de variations de f

x	0	α	$7/3$	4
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	-2		$2 + 3e^{-7/3}$	$2 + 8e^{-4}$

Valeurs du tableau

$$f(0) = -4e^0 + 2 = -2 < 0 \quad f\left(\frac{7}{3}\right) = \left(\frac{3 \times 7}{3} - 4\right)e^{-7/3} + 2 = 2 + 3e^{-7/3} > 0$$

$$f(4) = (12 - 4)e^{-4} + 2 = 2 + 8e^{-4} > 0$$

3. a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

On complète le tableau de variation en plaçant 0 et son antécédent α

On travaille en deux temps :

- Dans l'intervalle $\left[0 ; \frac{7}{3}\right]$

D'après son tableau de variation, la fonction f est continue et strictement croissante sur $\left[0 ; \frac{7}{3}\right]$

L'intervalle image de $\left[0 ; \frac{7}{3}\right]$ est $[-2 ; 2 + 3e^{-7/3}]$

Or $-2 < 0$ et $2 + 3e^{-7/3} > 0$ donc 0 appartient à l'intervalle image

Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\left[0 ; \frac{7}{3}\right]$

- Dans l'intervalle $\left[\frac{7}{3}; 4\right]$

f a pour minimum $2 + 8e^{-4} > 0$

Donc l'équation $f(x) = 0$ n'a pas de solution dans $\left[\frac{7}{3}; 4\right]$

(on peut aussi reprendre la même méthode que pour le premier intervalle, et constater que 0 n'appartient pas à l'intervalle image)

Conclusion : l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0; 4]$.

b. Donner à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de α à 0,01 près.

x	$f(x)$
0,36	-0,0372
α	0
0,37	0,00378

Donc α est compris entre 0,36 et 0,37 donc 0,37 est par exemple une valeur approchée de α

4. On admet que la dérivée seconde est f'' définie sur l'intervalle $[0; 4]$ par $f''(x) = (3x - 10)e^{-x}$

a. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

f est convexe si et seulement si $f''(x) \geq 0$

On étudie le signe de $f''(x)$

racine $3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$

signe

x	0	$\frac{10}{3}$	4
e^{-x}		+	+
$3x - 10$		-	0
$f''(x)$	-	0	+

Donc f est convexe sur $\left[\frac{10}{3}; 4\right]$

b. Montrer que la courbe représentative C de la fonction f possède un point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.

D'après le signe de $f''(x)$, la dérivée seconde s'annule et change de signe en $x = \frac{10}{3}$

Donc la courbe a un point d'inflexion d'abscisse $\frac{10}{3}$

EXERCICE II : (5 points) TES NON SPECIALITE et TL Centres étrangers Juin 2013

1° 0.5 2° 0.5 3° 0.75 4° 1 5° 1 6° 1.25

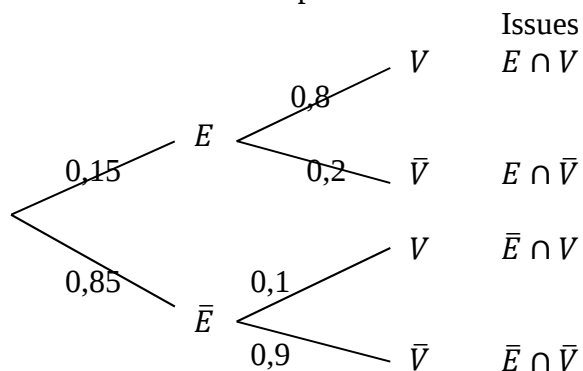
1. Traduire les trois données de l'énoncé en termes de probabilités.

$p(E) = 0,15$ donc $p(\bar{E}) = 1 - 0,15 = 0,85$

$p_E(V) = 0,8$ donc $p_E(\bar{V}) = 1 - 0,8 = 0,2$

$p_{\bar{E}}(V) = 0,1$ donc $p_{\bar{E}}(\bar{V}) = 0,9$

2. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.



3. Définir par une phrase l'évènement $E \cap V$ puis calculer sa probabilité.

$E \cap V$: « le sac est vendu sur l'exploitation et contient des pommes de variétés différentes »

$$p(E \cap V) = p(E) \times p_E(V) = 0,15 \times 0,8 = 0,12$$

$$\text{Donc } p(E \cap V) = 0,12$$

4. Montrer que la probabilité que le sac contienne des pommes de variétés différentes est égale à 0,205.

V est la réunion de $E \cap V$ et $\bar{E} \cap V$ qui sont incompatibles

Où $E \cap V$ et $\bar{E} \cap V$ forment une partition de V donc par la formule des probabilités totales :

$$p(V) = p(E \cap V) + p(\bar{E} \cap V) = 0,12 + p(\bar{E}) \times p_{\bar{E}}(V) = 0,12 + 0,85 \times 0,1 = 0,205$$

$$\text{Donc } p(V) = 0,205$$

La probabilité que les sacs contiennent des pommes de variétés différentes est 0,205

5. Le sac acheté contient des pommes d'une seule variété.

Calculer la probabilité qu'il ait été acheté directement sur l'exploitation agricole, arrondir à 0,001 près.

Évènement : E sachant $\bar{V}$

$$p_{\bar{V}}(E) = \frac{p(E \cap \bar{V})}{p(\bar{V})} = \frac{p(E)p_{\bar{E}}(\bar{V})}{1 - p(V)} = \frac{0,15 \times 0,2}{1 - 0,205} = \frac{0,03}{0,795} \approx 0,038$$

$$\text{Donc } p_{\bar{V}}(E) \approx 0,038$$

La probabilité que le sac ait été acheté sur l'exploitation sachant qu'il contient une seule variété est 0,038

6. Des producteurs, interrogés lors de l'enquête, disposent ensemble de 45 000 sacs. Chaque sac, qu'il contienne un seul type de pommes ou des pommes de variétés différentes, est vendu 0,80 euro sur l'exploitation agricole et 3,40 euros dans des supermarchés

Calculer le montant total des ventes qu'ils peuvent prévoir.

On calcule l'espérance mathématique $E(X)$ du prix de vente pour un sac de pommes c'est-à-dire le prix moyen d'un sac.

$$E(X) = 0,80 p(E) + 3,40 p(\bar{E}) = 0,8 \times 0,15 + 3,40 \times 0,85 = 3,01$$

Donc pour 45 000 sacs, les producteurs peuvent prévoir un montant total de $45\,000 \times 3,01 = 135\,450$

Soit un montant de 135 450 euros

EXERCICE III : (6 points) 1° 0.5 2° 1 3° 1 4° 1.5 5° 2 Amérique du sud novembre 2014

1. Ajouter 2% c'est multiplier par 1,02 donc $u_1 = 1200 \times 1,02 = 1224$.

Donc le nombre de journaux vendus une semaine après le début de l'opération est de 1224.

2. Ajouter 2% c'est multiplier par 1,02; donc la suite (u_n) est géométrique de raison $q = 1,02$ et de premier terme $u_0 = 1200$.

Donc, pour tout n , $u_n = u_0 \times q^n = 1200 \times 1,02^n$.

3. Le nombre de journaux vendus sera supérieur à 1500 quand $u_n > 1500$.

A l'aide de la calculatrice $u_{11} = 1200 \times 1,02^{11} \approx 1492$ et $u_{12} = 1200 \times 1,02^{12} \approx 1521$.

De plus la suite $(1,02^n)$ est croissante puisque $q = 1,02 > 1$

donc comme $1200 > 0$, la suite (u_n) est croissante.

Ainsi c'est à partir de 12 semaines que le nombre de journaux vendus dépassera 1500.

4. a. la valeur de N affichée par cet algorithme est 61.

b. Interprétation du résultat précédent : On cherche N à partir duquel le nombre de journaux sera supérieur à 4000 pour la première fois : Ceci est vrai au bout de 61 semaines.

5. a. On applique la formule de cours

$$1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{pour } q \neq 1$$

OU C'est la somme de $n + 1$ termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q = 1,02$ et de premier terme 1.

Pour tout entier n , on a :

$$\begin{aligned} & 1 + 1,02 + 1,02^2 + \dots + 1,02^n \\ &= 1,02^0 + 1,02^1 + 1,02^2 + \dots + 1,02^n \\ &= (\text{1er terme}) \frac{1 - q^{\text{nbre de termes}}}{1 - q} \\ &= 1 \frac{1 - 1,02^{n+1}}{1 - 1,02} = \frac{1 - 1,02^{n+1}}{-0,02} = -50 \times \frac{1 - 1,02^{n+1}}{1} = 50 \times (1,02^{n+1} - 1) \end{aligned}$$

5.b. On pose, pour tout entier n , $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

À l'aide de la question précédente, on a :

$$\begin{aligned} S_n &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \\ &= 1200(1 + 1,02 + 1,02^2 + \dots + 1,02^n) \\ &= 1200 \times 50 \times (1,02^{n+1} - 1) \\ &= 60000 \times (1,02^{n+1} - 1) \end{aligned}$$

5. c. Le nombre total de journaux vendus au bout de 52 semaines soit un an environ est de

$$S_{52} = 60000 \times (1,02^{52+1} - 1) \approx 111380 \text{ journaux (résultat sera arrondi à l'unité).}$$

On accepte aussi $S_{51} = 60000 \times (1,02^{51+1} - 1) \approx 108020$ journaux arrondi à l'unité

EXERCICE IV : (4 points) d'après Polynésie septembre 2013

On a tracé ci-dessous la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que sa tangente au point A d'abscisse 2, et au point B d'abscisse -2

Partie A : 1° 0.5 2° 0.5

1° Dresser le tableau de signe de $f(x)$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
Signe de $f(x)$		+	0 -

2. $f'(0) = 3,5$ Affirmation fausse

La fonction est décroissante sur $[-2 ; +\infty[$ donc $f'(x) \leq 0$ sur $[-2 ; +\infty[$

Partie B : 0.75 + 0.75 + 0.75 + 0.75

1. Equation de la tangente à C_f en A : réponse (a) le coefficient directeur est : $-\frac{2e}{2} = -e$

a. $y = -ex + 2e$

2. Equation de la tangente à C_f en B : la tangente est horizontale, son coefficient directeur 0, et $f(-2) = 4$

c. $y = 4$

3. La fonction f est : **c. concave sur $[0 ; 2]$**

La courbe est en dessous de ses tangentes sur $[0 ; 2]$

Remarque : C_f admet un point d'inflexion $K(-6; f(-6))$

4. Parmi les 4 courbes représentées ci-dessous, laquelle représente la fonction dérivée de la fonction f ?
 La fonction f est croissante sur $] - \infty ; -2]$ puis décroissante sur $[-2 ; +\infty[$ donc sa dérivée est positive sur $] - \infty ; -2]$ puis négative sur $[-2 ; +\infty[$. **Seule la courbe (a)** représente une fonction ayant ce signe.

Exercice Spécialité

Corrigé

Partie A

1. Avec les données de l'énoncé s et c vérifient le système : $\begin{cases} x + y = 550 \\ 0,8x + 1,2y = 540 \end{cases}$. **0,75pt**
2. On vérifie immédiatement que : $(S) \Leftrightarrow R \times X = T$ où $R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,8 & 1,2 \end{pmatrix}$ et $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} 550 \\ 540 \end{pmatrix}$. **0,5pt**
3. à l'aide de la calculatrice la matrice R est inversible et
 $(S) \Leftrightarrow R \times X = T \Leftrightarrow X = R^{-1} \times T = \begin{pmatrix} 300 \\ 250 \end{pmatrix}$.
Ainsi l'entreprise B a distribué 300 stylos et 250 portes clés. 0,75pt

Partie B

1. Les réels a , b et c vérifient avec les données du tableau :
 $\begin{cases} C(1) = 11 \\ C(3) = 27,4 \\ C(5) = 83 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \times 1^3 + b \times 1^2 + c \times 1 + 10 = 11 \\ a \times 3^3 + b \times 3^2 + c \times 3 + 10 = 27,4 \\ a \times 5^3 + b \times 5^2 + c \times 5 + 10 = 83 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 27a + 9b + 3c = 17,4 \\ 125a + 25b + 5c = 73 \end{cases}$. **1pt**
2. **a.** $(S) \Leftrightarrow MX = Y$ avec $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 27 & 9 & 3 \\ 125 & 25 & 5 \end{pmatrix}$ et $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 17,4 \\ 73 \end{pmatrix}$. **0,5pt**
- 2.**b.** M est inversible d'après l'énoncé. Alors $M \times X = Y \Leftrightarrow X = M^{-1} \times Y = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,4 \\ 0,1 \end{pmatrix}$.
Ainsi le triplet solution du système (S) est (0.5 , 0.4 , 0.1) et la fonction c est donc définie par :
 $C(x) = 0,5x^3 + 0,4x^2 + 0,1x + 10$ **1pt**
3. Le coût total annuel de production pour 8000 recharges d'eau produites est de
 $C(8) = 292,4$ centaines d'euros soit 29 240 €. **0,5pt**

Une association caritative a constaté que, chaque année, 20 % des donateurs de l'année précédente ne renouvelaient pas leur don mais que, chaque année, 300 nouveaux donateurs effectuaient un don.

On étudie l'évolution du nombre de donateurs au fil des années.

En 2012, première année de l'étude, l'association comptait 1 000 donateurs.

On note u_n le nombre de donateurs en 2012 + n ; on a donc $u_0 = 1000$

$$1^\circ \quad u_1 = \left(1 - \frac{20}{100}\right) u_0 + 300 = 0,8 \times 1000 + 300 = 1100$$

2° Relation de récurrence :

nombre de donateurs en 2012 + n : u_n
 -20% et $+300$ donateurs chaque année

nombre de donateurs en 2012 + $n + 1$: u_{n+1}

$$\text{on a } u_{n+1} = u_n \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) + 300$$

$$\text{c'est-à-dire : } u_{n+1} = 0,8u_n + 300$$

3° On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel non nul n , par $v_n = 1500 - u_n$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

b) Montrer que pour tout n , on a : $u_n = 1500 - 500 \times 0,8^n$

a) pour tout n , on a :

$$v_{n+1} = 1500 - u_{n+1}$$

$$= 1500 - (0,8u_n + 300)$$

$$= 1200 - 0,8u_n$$

$$= 0,8 \left(\frac{1200}{0,8} - u_n \right)$$

$$= 0,8(1500 - u_n)$$

$$= 0,8v_n$$

Ainsi la suite (v_n) est géométrique de raison 0,8

et de premier terme $v_0 = 1500 - u_0 = 1500 - 1000 = 500$.

2°b) La suite (v_n) étant géométrique :

$$v_n = v_0 \times q^n \quad \text{donc } v_n = 500 \times 0,8^n$$

$$\text{On a } v_n = 1500 - u_n \quad \text{et } v_n = 500 \times 0,8^n$$

$$\text{Donc } 1500 - u_n = 500 \times 0,8^n$$

$$\text{D'où } 1500 - 500 \times 0,8^n = u_n$$

$$\text{Ainsi } u_n = 1500 - 500 \times 0,8^n$$

4° a) pour tout n

$$u_{n+1} - u_n = (1500 - 500 \times 0,8^{n+1}) - (1500 - 500 \times 0,8^n)$$

$$= -500 \times 0,8^n \times 0,8 + 500 \times 0,8^n$$

$$= 500 \times 0,8^n \times (-0,8 + 1)$$

$$= 100 \times 0,8^n$$

4b) on cherche le signe :

$0,8 > 0$ donc $0,8^n > 0$ donc $100 \times 0,8^n > 0$ donc $u_{n+1} - u_n > 0$

On a $u_{n+1} > u_n$

Ainsi la suite (u_n) est croissante.

c) A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année, le nombre de donateurs dépassera 1400.
 $u_7 \approx 1395 < 1400$ $u_8 \approx 1416 > 1400$

De plus la suite (u_n) est croissante, donc c'est à partir de l'année de rang 8, c'est-à-dire en 2020 que pour la 1^{ère} fois, le nombre de donateurs dépassera 1400

d) on veut « le nombre de donateurs dépasse 1400, $U > 1400$ », on calcule « tant que $U \leq 1400$ ».

Entrée - Initialisation :	U prend la valeur 1 000 N prend la valeur 0
TRAITEMENT :	Tant que $U \leq 1400$ N prend la valeur ... $N + 1$ U prend la valeur ... $U \times 0,8 + 300$ Fin du Tant que
SORTIE :	SORTIE : Afficher N

5° limite

$-1 < 0,8 < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} -500 \times 0,8^n = 0$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1500 - 500 \times 0,8^n) = 1500$

ainsi $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1500$

Interprétation :

A très long terme, le nombre de donateurs de l'association sera de 1500 par an.

6° Nombre de dons de 2012 à 2020 :

On veut $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_8 = 2000 \times 0,8^8 + 1500 \times 8 - 1000 \approx 11300$

L'association aura reçu 11300 dons durant cette période.

Montant des dons :

$120 \times 11300 = 1\,356\,000$ le montant des dons s'élèvera à 1 356 000€

7° On veut produire une feuille de calcul donnant par année d'une part le nombre de donateurs, d'autre part le nombre total de donateurs depuis 2012 ; $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

Les cellules nécessaires : ligne 2 avec les valeurs initiales ; ligne 3 avec les formules.

Dans la cellule D3, on peut aussi écrire $=SOMME(\$C\$2:C3)$

	A	B	C	D
1	année	n	u_n	S_n
2	2012	0	1000	1000
3	=A2+1	=B2+1	=0,8*C2+300	=D2+C3
4				
5				
6				

Ex I 1° Dérivée : Pour tout x de $[1 ; 6]$

$$f'(x) = 2 - 4 \times \frac{1}{x} = 2 - \frac{4}{x} = \frac{2x - 4}{x} = \frac{2(x - 2)}{x}$$

2° Signe de la dérivée

x	1	2	6
$2(x - 2)$			
x			
$f'(x)$	−	0	+

Racines :

2
0Tableau de variation de la fonction f

x	1	2	α	6
$f'(x)$	−	0	+	
$f(x)$	0			$10 - 4 \ln(6)$
		$2 - 4 \ln(2)$	0	

Images : $f(1) = 2 \times 1 - 2 - 4 \ln 1 = 0$ $f(2) = 2 \times 2 - 2 - 4 \ln 2 = 2 - 4 \ln 2 \approx -0,77$

$$f(6) = 2 \times 6 - 2 - 4 \ln 6 = 10 - 4 \ln 6 \approx 2,83$$

3° D'après son tableau de variation,

- La fonction f est continue et strictement croissante sur $[2 ; 6]$
- L'intervalle image de $[2 ; 6]$ est $[f(2); f(6)]$
- $0 \in [f(2); f(6)]$

Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $[2 ; 6]$, on la note α

x	$f(x)$
3,512	−0,0007
α	0
3,513	+0,00012

D'où $3,51 < \alpha < 3,52$
et $\alpha \approx 3,51$ arrondi à 10^{-2} près4° Signe de $f(x)$ D'après le tableau de variations complété avec α ,

x	1	α	6	
$f(x)$	0	−	0	+

Partie B

1° Dérivée : Pour tout x de $[1 ; 6]$

$$C(x) = x^2 + 2x - 4x \cdot \ln(x) \quad (u \times v)' = u' \times v + v' \times u$$

avec $u(x) = 4x$ $u'(x) = 4$

$v(x) = \ln x$ $v'(x) = \frac{1}{x}$

$$\begin{aligned} C'(x) &= 2x + 2 - \left(4 \times \ln(x) + \frac{1}{x} \times 4x \right) \\ &= 2x + 2 - (4 \ln(x) + 4) \\ &= 2x + 2 - 4 \ln(x) - 4 \\ &= 2x - 2 - 4 \ln(x) \end{aligned}$$

2° signe de $C'(x)$ On observe que $C'(x) = f(x)$ et on a obtenu le signe de $f(x)$ à la question A4

x	1	α	6
$C'(x)$	0	−	0 +

Tableau de variation de C

x	1	α	6
$C'(x)$	0	-	0
$C(x)$	3		$C(6)$

Images $C(1) = 1 + 2 - 4 \ln(1) = 3$ $C(6) = 48 - 24 \ln 6 \approx 5$ $C(\alpha) \approx 1,711$

3° Le coût de production d'un boîtier est minimum pour 3,5 milliers de boîtiers, c'est-à-dire 3500 boîtiers à 100 boîtiers près.

XERCICE II : (7 points)

Partie A : ☹️ réfléchissez au renversement de l'ordre

$$100 - 15 \times 0,9^n \geq 95 \Leftrightarrow -15 \times 0,9^n \geq -5$$

$$\Leftrightarrow 0,9^n \leq \frac{1}{3} \quad \text{car } -15 \text{ négatif}$$

$$\Leftrightarrow \ln(0,9^n) \leq \ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow n \times \ln(0,9) \leq \ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}{\ln(0,9)} \quad \text{car } \ln(0,9) \text{ négatif}$$

De plus $\frac{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}{\ln(0,9)} \approx 10,4$

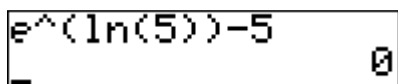
Le plus petit entier n solution de cette inéquation est 11

Partie B : 😊 Les quatre questions pouvaient être « résolues » grâce la calculatrice !!!!

1. $\ln(7 \times a)$ est égal à : c. $\ln(7) + \ln(a)$

2. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $e^x - 5 = 0$ a pour solution : b. $\ln(5)$

$$e^x - 5 = 0 \Leftrightarrow e^x = 5 \Leftrightarrow x = \ln(5)$$



3. Pour tout réel x , le nombre $e^{2x+\ln 3}$ est égal à : a. $3e^{2x}$

$$e^{2x+\ln 3} = e^{2x} \times e^{\ln 3} = e^{2x} \times 3 = 3e^{2x}$$

4. $1 - 2 \ln(x) \geq 0$ a pour ensemble de solutions : a. $]0 ; \sqrt{e}]$

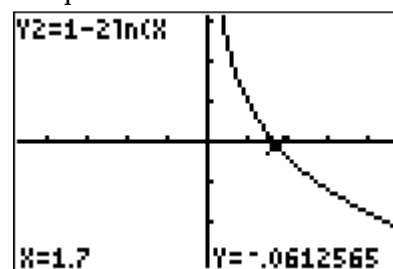
$$1 - 2 \ln(x) \geq 0 \Leftrightarrow -2 \ln(x) \geq -1 \Leftrightarrow \ln(x) \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \leq e^{\frac{1}{2}}$$

De plus $e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$ et $x > 0$

Vérification question 3

Plot1 Plot2 Plot3	X	Y1	Y2
$\backslash Y1 = e^{(2X+\ln(3))}$	0	3	3
$\backslash Y2 = 3e^{(2X)}$	1	22.167	22.167
$\backslash Y3 =$	2	163.79	163.79
$\backslash Y4 =$	3	1210.3	1210.3
$\backslash Y5 =$	4	8942.9	8942.9
$\backslash Y6 =$	5	66079	66079
	6	488264	488264

question 4



EXERCICE I : (5 points)

ASIE juin 2013

1° 0.5

2° 0.5

3° 1.5

4° 0.5+0.5+1+0.5

Le gestionnaire d'une salle de concert constate que, chaque année, le nombre d'abonnés est constitué de 70% des abonnés de l'année précédente, auxquels s'ajoutent 210 nouveaux abonnés.

Le nombre d'abonnés en 2010 était de 600.

1° En 2010 : 600

$$\text{En 2011} : 600 \times \frac{70}{100} + 210 = 630$$

$$\text{En 2012} : 630 \times \frac{70}{100} + 210 = 651$$

2° La suite (u_n) est définie par : $u_0 = 600$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,7u_n + 210$.

Formule dans B3 : **= 0,7 × B2 + 210**

3° On définit (v_n) par $v_n = u_n - 700$

Pour tout n :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 700 \\ &= (0,7u_n + 210) - 700 \\ &= 0,7u_n - 490 \\ &= 0,7\left(u_n - \frac{490}{0,7}\right) \\ &= 0,7(u_n - 700) \\ &= 0,7v_n \end{aligned}$$

On a : $v_{n+1} = 0,7 v_n$ donc la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0,7$

Son 1^{er} terme est : $v_0 = u_0 - 700 = 600 - 700 = -100$

3° b) La suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0,7$

on a $v_n = v_0 \times q^n$, c'est-à-dire : $v_n = -100 \times 0,7^n$

Forme explicite de (u_n) :

$$v_n = u_n - 700$$

$$\text{Donc } u_n = v_n + 700$$

$$\text{D'où } u_n = -100 \times 0,7^n + 700$$

4° Equivalence :

$$u_n \geq 697$$

$$\Leftrightarrow -100 \times 0,7^n + 700 \geq 697$$

$$\Leftrightarrow -100 \times 0,7^n \geq -3$$

$$\Leftrightarrow 0,7^n \leq \frac{-3}{-100}$$

$$\Leftrightarrow 0,7^n \leq 0,03$$

4°b)

Valeur de N	0	1	2	3		9	10
Valeur de U	1	0,7	0,49	0,343		0,04035	0,028
Condition $U > 0,03$	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai		Vrai	Faux : arrêt !

Affichage en sortie $N = 10$

4° c) résolution de l'inéquation

$$0,7^n \leq 0,03$$

$$\Leftrightarrow \ln(0,7^n) \leq \ln 0,03$$

$$\Leftrightarrow n \times \ln 0,7 \leq \ln 0,03$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln 0,03}{\ln 0,7}$$

$$\text{De plus } \frac{\ln 0,03}{\ln 0,7} \approx 9,81$$

Ainsi le plus petit entier n solution est 10

4° d) On a vu $u_n \geq 697 \Leftrightarrow 0,7^n \leq 0,03$ et $n = 10$ est le plus petit entier solution, ainsi c'est à partir de l'année de rang 10, c'est-à-dire en 2020, que le nombre d'abonnés dépassera 697.

EXERCICE II : (5 points)

Asie juin 2013

1) 1.5

2° : 0.75

3° 1.5

4° 1.25

Tous les résultats seront arrondis au centième.

1. En utilisant les effectifs inscrits dans le tableau :

a. Sachant qu'on interroge un garçon, calculer la probabilité qu'il soit en série Littéraire.

On fait l'hypothèse d'équiprobabilité

$$p_G(L) = \frac{\text{nombre de garçons en série L}}{\text{nombre de garçons}} = \frac{11080}{138617}$$

$$p_G(L) \approx 0,08$$

Sachant qu'on interroge un garçon, la probabilité qu'il soit en L est 0,08 arrondie à 0.01 près.

b. Calculer $p(S)$.

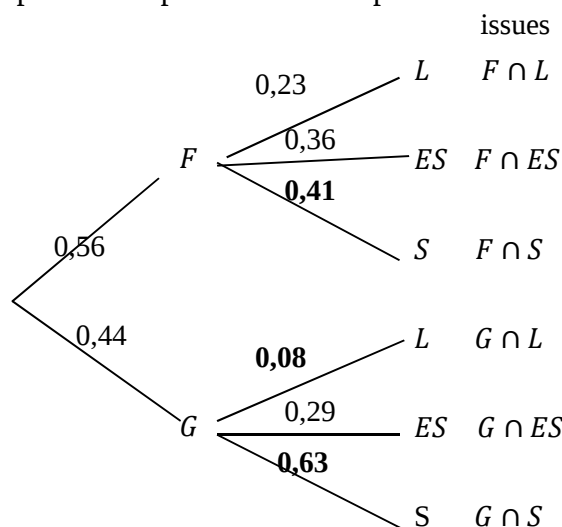
$$\text{nombre d'élèves : } 176\,109 + 138\,617 = 314\,726$$

$$\text{nombre d'élèves en S : } 71\,765 + 87\,031 = 158\,796$$

$$p(S) = \frac{\text{nombre d'élèves en série S}}{\text{nombre total d'élèves}} = \frac{158796}{314726}$$

Donc $p(S) \approx 0,5$ à **0,01** près

2. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



3. a. ES est la réunion de $F \cap ES$ et $G \cap ES$ qui sont incompatibles

$$p(ES) = p(F \cap ES) + p(G \cap ES)$$

$$= p(F) \times p_F(ES) + p(G) \times p_G(ES)$$

$$= 0,56 \times 0,36 + 0,44 \times 0,29$$

$$= 0,2016 + 0,127$$

$$p(ES) = 0,3292$$

Ainsi, arrondie au centième, la probabilité que l'élève choisi soit un élève de la série Sciences Économiques et Sociales est égale à 0,33

b. Calculer $p_{ES}(F)$

$$p_{ES}(F) = \frac{p(F \cap ES)}{p(ES)} = \frac{0,2016}{0,3292}$$

$$p_{ES}(F) \approx 0,61 \text{ arrondie à } 0,01$$

4. On assimile le choix des 10 élèves interrogés à des tirages sans remise donc indépendants.

Ainsi on répète 10 fois de façon identique et indépendante une expérience qui n'a que deux issues : l'élève a choisi la série ES de probabilités $p(ES) = 0,33$ et son contraire $\overline{ES}$ de probabilité $p(\overline{ES}) = 1 - 0,33 = 0,67$. Donc la variable aléatoire X égale au nombre d'élèves interrogés qui ont choisi la série ES suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,33$

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$p(X = 3) = \binom{10}{3} 0,33^3 (0,67)^{10-3} = 120 \times 0,33^3 (0,67)^7$$

$$p(X = 3) \approx 0,26$$

Arrondie à 0,01 près, la probabilité de choisir exactement trois élèves de la série ES est 0,26

EXERCICE III : (5 points)

$$1^\circ I = \int_0^1 3e^{3x} dx = 3 \int_0^1 e^{3x} dx = 3 \left[\frac{1}{3} e^{3x} \right]_0^1 = [e^{3x}]_0^1 = e^3 - 1. \text{ Réponse a)}$$

2 L'intégrale $\int_{-1}^7 f(x) dx$ est strictement négative. Car la fonction f est continue, nulle pour $x = -1$ puis strictement négative sur $] -1 ; 7]$ et par positivité de l'intégrale. **Réponse b)**

3° $\ln x + \ln 2 \geq \ln(3x - 6)$ est valable pour $x > 0$ et $3x - 6 > 0$ soit pour $x > 2$.

$$\ln x + \ln 2 \geq \ln(3x - 6) \Leftrightarrow \ln 2x \geq \ln(3x - 6) \xleftrightarrow{a < b \Leftrightarrow \ln(a) < \ln(b)} 2x \geq 3x - 6 \Leftrightarrow x \leq 6.$$

Ainsi $S_{x>0} =]2 ; 6]$ **Réponse a)**

4° La valeur exacte de $\ln(10e^2)$ est : $\ln(10) + \ln(e^2) = \ln(10) + 2 \ln(e) = \ln(10) + 2$ **Réponse c)**

5° D'après la courbe représentative d'une fonction f dans un repère du plan, la valeur de $\int_0^1 f(x) dx$ est : (attention aux unités : 1 u. a. est égale à 4 carreaux)

Strictement positive (par positivité de l'intégrale) et clairement inférieure strictement à 2 et strictement supérieure à 1/4.

Donc **Réponse a.** $e - 2$

EXERCICE IV : (5 points)

Sujet national septembre 2014 1° 0.5 2° 1 3° 1.5 4°-5°-6° : 2

1. On a : $f(x) = -x^2 - 4x + 15 + 6 \ln(x)$

Pour $x \in [0,5 ; 10]$

$$f'(x) = -2x - 4 + 6 \times \frac{1}{x} = \frac{-2x^2 - 4x + 6}{x}$$

2. Pour la quantité $-2x^2 - 4x + 6$, $\Delta = 64 > 0$ puis $x_1 = \frac{4-8}{-4} = 1$ et $x_2 = \frac{4+8}{-4} = -3$. $-3 \notin [0,5 ; 10]$

x	0,5	1	10
$-2x^2 - 4x + 6$	+	0	-
x	+		+
$f'(x)$	+	0	-

On en déduit le tableau de variations de f sur $[0,5 ; 10]$ avec les images indiquées :

x	0,5	1	α	10
$f'(x)$	+	0	-	
$f(x)$				
	$12,75+6\ln(0,5)$			$-125 + 6 \ln(10)$

$f(0,5) = 12,75 + 6 \ln(0,5) \approx 8,59$, $f(1) = 10$, et $f(10) = 6 \ln(10) - 125 \approx -111,18$

3. * On a : $f(0,5) = 12,75 + 6 \ln(0,5) > 0$. Donc le minimum de la fonction f sur $[0,5 ; 1]$ est strictement positif. Ainsi l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur $[0,5 ; 1]$.

* Sur l'intervalle $[1 ; 10]$ la fonction f est continue strictement décroissante.

L'intervalle image de $[1 ; 10]$ est $[f(10); f(1)]$ avec $f(1) = 10 > 0$, et $f(10) < 0$.

Donc $0 \in [f(10); f(1)]$.

Ainsi d'après le théorème des valeurs intermédiaires $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1 ; 10]$. On obtient le tableau suivant :

Ainsi l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0,5 ; 10]$

Par la méthode de balayage on a :

x	$f(x)$
3,07	$\approx 0,025$
3,08	$\approx -0,057$

Donc $3,07 < \alpha < 3,08$.

Une valeur approchée de α à 10^{-2} par défaut est : 3,07.

4. La fonction F est une primitive de f sur $[0,5 ; 10]$ si et seulement si $F'(x) = f(x)$ sur $[0,5 ; 10]$. Or

$$F'(x) = -\frac{1}{3} \times 3x^2 - 2 \times 2x + 9 + 6 \left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} \right) = -x^2 - 4x + 15 + 6 \ln(x) = f(x)$$

Ainsi F est une primitive de f sur $[0,5 ; 10]$.

5. Calcul de l'intégrale

$$I = \int_1^3 f(x) dx = [F(x)]_1^3 = F(3) - F(1) = \dots = 18 \ln(3) - \frac{20}{3} \approx 13,108.$$

6. Valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 3]$:

$$m = \frac{1}{3-1} \int_1^3 f(x) dx = \frac{1}{2} \left(18 \ln(3) - \frac{20}{3} \right) = 9 \ln(3) - \frac{10}{3} \approx 6,554$$

Ex1

1.a. $p(410 \leq X \leq 450) \approx 0,954$

La probabilité que le ballon ait une masse conforme à la réglementation est 0,954 à 10^{-3} près

1. b. $P(X \leq 410) = 0,5 - P(410 \leq X \leq 430) \approx 0,023$

2. a. On pose $Z = \frac{Y-69}{\sigma}$ et Y suit la loi normale d'espérance 69 et d'écart type σ donc Z suit la loi normale centrée réduite.

2. b.

$$P(68 \leq Y \leq 70) = 0,95$$

$$\Leftrightarrow P(-1 \leq Y - 69 \leq 1) = 0,95$$

$$\Leftrightarrow P\left(-\frac{1}{\sigma} \leq \frac{Y - 69}{\sigma} \leq \frac{1}{\sigma}\right) = 0,95$$

$$\Leftrightarrow P\left(-\frac{1}{\sigma} \leq Z \leq \frac{1}{\sigma}\right) = 0,95$$

Or on sait que si Z suit la loi normale, centrée, réduite : $P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$

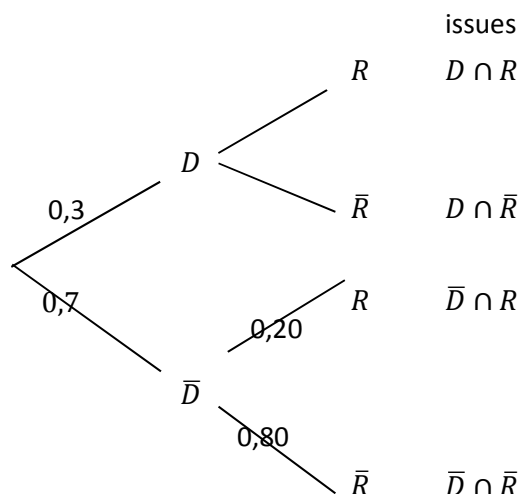
On en déduit : $\frac{1}{\sigma} = 1,96$ d'où $\sigma = \frac{1}{1,96} \approx 0,51$

Ex2

1. On prend un candidat au hasard et on note :

- D « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité » ;
- R « le candidat est recruté par l'entreprise ».

a. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.



Données : $p(D) = 0,30$ $p_{\bar{D}}(R) = 0,20$

Données déduites : $p(\bar{D}) = 0,7$ $p_{\bar{D}}(\bar{R}) = 0,80$

Donnée supplémentaire : $p(R) = 0,38$

b. $p(\bar{D} \cap \bar{R}) = p(\bar{D}) \times p_{\bar{D}}(\bar{R}) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$

La probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise est égale à 0,56

c. R est la réunion de $D \cap R$ et $\bar{D} \cap R$ qui sont deux événements incompatibles

$$p(R) = p(D \cap R) + p(\bar{D} \cap R)$$

$$p(\bar{D} \cap R) = p(\bar{D}) \times p_{\bar{D}}(\bar{R}) = 0,7 \times 0,2 = 0,14$$

$$\text{donc } p(D \cap R) = p(R) - p(\bar{D} \cap R) = 0,38 - 0,14 = 0,24$$

Ainsi la probabilité de l'événement $D \cap R$ est égale à 0,24.

2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

2.a.

On répète 10 fois de manière identique et indépendante une même épreuve qui n'a que deux issues

R « le candidat est recruté » de probabilité $p(R) = 0,38$ et $\bar{R}$ « le candidat n'est pas recruté » de probabilité 0,62

La variable aléatoire X qui désigne le nombre de candidats recrutés parmi les 10 personnes suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$

2.b. « au moins 1 personne est recrutée » : $(X \geq 1)$

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} \times 0,38^0 \times 0,62^{10} = 1 - 0,62^{10} \approx 0,992$$

Ainsi, la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée est $1 - 0,62^{10}$ en valeur exacte et 0,992 arrondie à 10^{-3} près.

3. Deux amis, Aymeric et Coralie, sont convoqués le même jour pour un entretien avec la direction des ressources humaines. Coralie arrive à 8 h 30 alors qu'Aymeric arrive au hasard entre 8 h et 9 h.

On désigne par T la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée d'Aymeric et on admet que T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[8 ; 9]$.

Déterminer la probabilité pour que Coralie attende Aymeric plus de dix minutes.

$$p\left(T \geq 8 + \frac{2}{3}\right) = p\left(8 + \frac{2}{3} \leq T \leq 9\right) = \frac{9 - \left(8 + \frac{2}{3}\right)}{9 - 8} = \frac{1}{3}$$

Ainsi la probabilité pour que Coralie attende Aymeric plus de dix minutes est $\frac{1}{3}$

EXERCICE I : Amérique du nord 2013 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative C_f est tracée ci-contre dans un repère orthonormé.

Partie A

On suppose que f est de la forme $f(x) = (b - x)e^{ax}$ où a et b désignent deux constantes.

1. Par lecture graphique, $f(2) = 0$ et $f'(0) = 0$. (0,5 point)

2. $f'(x) = (-1)e^{ax} + ae^{ax} \times (b - x) = \dots = e^{ax}(ab - 1 - ax)$. (0,75 point)

3. En utilisant les questions précédentes, on a:

$f(2) = 0$ soit $f(2) = (b - 2)e^{2a} = 0$ soit $(b - 2) = 0$ car $e^{2a} \neq 0$ pour tout réel a .

$f'(0) = 0$ donc $e^{a \cdot 0}(ab - 1 - a \times 0) = 0$ soit $(ab - 1) = 0$

donc a et b sont solutions du système suivant : $\begin{cases} b - 2 = 0 \\ ab - 1 = 0 \end{cases}$. (0,75 point)

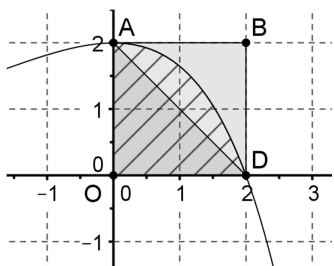
4. $\begin{cases} b - 2 = 0 \\ ab - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ 2a - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$. Donc $f(x) = (2 - x)e^{0,5x}$. Donc $f(x) = (-x + 2)e^{0,5x}$. (0,5 point)

Partie B

On admet que $f(x) = (-x + 2)e^{0,5x}$.

1. À l'aide de la figure 1, la valeur de l'intégrale $\int_0^2 f(x)dx$ est comprise entre l'aire du triangle OAD et l'aire du carré qui s'appuie sur les points A, O et D. $\mathcal{A}_{OAD} = 2u.a.$ $\mathcal{A}_{ODBA} = 4u.a.$

donc la valeur de l'intégrale $\int_0^2 f(x)dx$ est comprise entre 2 et 4 u. a. (0,5 point)



2. a. $F(x) = (-2x + 8)e^{0,5x}$.

donc d'après la formule de la dérivée d'un produit ,

$$F'(x) = (-2)e^{0,5x} + (-2x + 8) \times 0,5 \times e^{0,5x} = e^{0,5x}(-2 - x + 4) = e^{0,5x}(-x + 2) = f(x)$$

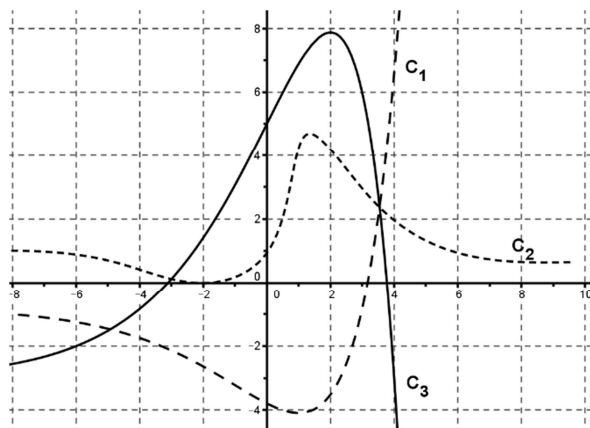
Ainsi F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$. (0,75 point)

b. $\int_0^2 f(x)dx = F(2) - F(0) = 4e^{0,5 \cdot 2} - 8e^{0,5 \cdot 0} = 4e - 8$

Ainsi une valeur approchée à 10^{-2} près est 2,87. (0,75 point)

3. On considère G une autre primitive de f sur l'ensemble des réels.

Notons que $G'(x) = f(x)$ et la fonction f est positive sur l'intervalle $[0 ; 2]$ donc la fonction G est croissante sur $]-\infty ; 2]$ donc la courbe de la fonction G est la courbe C_3 . C'est la seule courbe proposée représentant une fonction croissante sur $]-\infty ; 2]$ (0,5 point)



On note, pour tout entier naturel n :

- u_n la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez A au 1^{er} janvier de l'année 2014 + n :
- v_n la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez B au 1^{er} janvier de l'année 2014 + n .

On a donc $u_0 = 0,4$ et $v_0 = 0,6$

1. Justifier que $u_{n+1} = 0,82u_n + 0,22v_n$ et que $u_n + v_n = 1$. 1pt

u_n est la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez A au 1^{er} janvier de l'année 2014 + n

u_{n+1} est la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez A au 1^{er} janvier de 2014 + $n + 1$

Parmi les abonnés de l'opérateur A, 18% d'entre eux, en fin d'année, vont chez B et parmi les abonnés de l'opérateur B, 22% d'entre eux, en fin d'année, vont chez A

$$\text{donc } u_{n+1} = \left(1 - \frac{18}{100}\right)u_n + \frac{22}{100}v_n \text{ donc } u_{n+1} = 0,82u_n + 0,22v_n$$

Les commerciaux sont exclusivement chez un seul des deux opérateurs A et B donc la somme des proportions est égale à 1 donc : $u_n + v_n = 1$

2. En déduire que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,6u_n + 0,22$ 0,75 pt

Pour tout entier naturel n , $u_n + v_n = 1$ donc $v_n = 1 - u_n$

$$\text{donc } u_{n+1} = 0,82u_n + 0,22v_n = 0,82u_n + 0,22(1 - u_n) = 0,82u_n + 0,22 - 0,22u_n = 0,6u_n + 0,22$$

pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,6u_n + 0,22$

3. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = u_n - 0,55$

3. a. Montrer que (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. 1,25pt

On sait que pour tout entier naturel n , $w_n = u_n - 0,55$ donc $u_n = w_n + 0,55$

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= u_{n+1} - 0,55 \\ &= 0,6u_n + 0,22 - 0,55 \\ &= 0,6u_n - 0,33 \\ &= 0,6\left(u_n - \frac{0,33}{0,6}\right) \end{aligned}$$

$$w_{n+1} = 0,6(u_n - 0,55) = 0,6w_n$$

Ainsi, pour tout n de $\mathbb{N}$, $w_{n+1} = 0,6w_n$

donc la suite (w_n) est géométrique de raison $q = 0,6$ et de 1^{er} terme : $w_0 = u_0 - 0,55 = -0,15$

3. b. En déduire l'expression de w_n en fonction de n . 0,5 pt

D'après 3a), la suite (w_n) est géométrique de raison $q = 0,6$ et de 1^{er} terme : $w_0 = -0,15$

$$\text{donc } w_n = w_0 q^n = -0,15 \times 0,6^n$$

- 3 c. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n = 0,55 - 0,15 \times 0,6^n$ 0,25pt

Pour tout entier naturel n ,

$$u_n = w_n + 0,55 \text{ donc d'après 3b), } u_n = 0,55 - 0,15 \times 0,6^n$$

4. Limite de la suite (u_n) . Interprétation sur l'évolution des parts de marché dans les années futures ? 1,25 pt

$$u_n = 0,55 - 0,15 \times 0,6^n$$

Pour de grandes valeurs de n , $u_{10} \approx 0,549$; $u_{20} \approx 0,54999$; $u_{25} \approx 0,54999996$, plus n est grand, plus les valeurs se rapprochent de 0,55

Ce qui permet de conjecturer que la limite de la suite (u_n) est égale à 0,55

On peut aussi la justifier avec le cours :

$$0 < 0,6 < 1 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} 0,6^n = 0 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} 0,15 \times 0,6^n = 0$$

$$\text{donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} (0,55 - 0,15 \times 0,6^n) = 0,55 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0,55$$

Interprétation : A long terme, la proportion de commerciaux qui souscriront chez A sera très proche de 55%

EXERCICE III : (5 points) Nouvelle-Calédonie novembre 2014Données : $p(A = 0,6)$ $p_A(S) = 0,2$ $p(S) = 0,48$

1. La probabilité que ce touriste ait choisi la compagnie A et soit satisfait de son transport est :

$$p(A \cap S) = p(A) \times p_A(S) = 0,6 \times 0,2 = 0,12. \text{ Réponse b.}$$

2. La probabilité que ce touriste ait choisi la compagnie A sachant qu'il est satisfait de son transport est :

$$p_S(A) = \frac{p(A \cap S)}{p(S)} = \frac{0,12}{0,48} = 0,25. \text{ Réponse c.}$$

3. On a : $n = 100 > 30$; $np = 100 \times 0,48 > 5$ et $n(1 - p) = 100 \times 0,52 = 52 > 5$.Les conditions étant vérifiées, un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% de F est :

$$\text{avec } p = 0,48 \text{ et } n = 100 : J = \left[p - 1,96 \times \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96 \times \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right] \approx [0,382 ; 0,578] \text{ Réponse a.}$$

4. La variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne $\mu = 48$ et d'écart-type $\sigma = 5$.

La probabilité, selon ce modèle, qu'il y ait moins de 40 touristes satisfaits est, à 0,001 près est donnée par :

$$p(X < 40) = 0,5 - p(40 < X < 48) = 0,5 - \text{normalFrep}(40,48,48,5) \approx 0,055. \text{ Réponse a.}$$

5. La durée (en minutes) de la traversée entre le continent et l'île est modélisée par une variable aléatoire D qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[30 ; 50]$.

La probabilité que la traversée entre le continent et l'île dure au moins 35 minutes est donnée par :

$$p(D \geq 35) = p(35 < D < 50) = \frac{50-35}{50-30} = 0,75. \text{ Réponse d.}$$

EXERCICE IV : (5 points) Antilles Septembre 2014**Partie A : 1,75**

Avant de se lancer, le producteur fait réaliser un sondage auprès de 2500 foyers de la commune ; 80 foyers se déclarent intéressés par l'achat d'un panier par mois.

1° Taille de l'échantillon : $n = 2500$; fréquence observée sur l'échantillon : $f = \frac{80}{2500} = 0,032$

Conditions d'application :

 $n = 2500$ donc $n \geq 30$ $nf = 80$ donc $n \times f \geq 5$ et $n(1 - f) = 2420$ donc $n(1 - f) \geq 5$

donc les conditions sont vérifiées

$$\text{De plus } f - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,032 - \frac{1}{\sqrt{2500}} = 0,032 - \frac{1}{50} = 0,032 - 0,02 = 0,012$$

$$f + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,032 + 0,02 = 0,052$$

Par conséquent, l'intervalle de confiance au niveau de confiance 95% de la proportion de foyers de la commune susceptibles de passer commande d'un panier mensuel est

$$I_c = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = [0,012 ; 0,052]$$

2. L'amplitude de l'intervalle de confiance avec un échantillon de taille n est $\frac{2}{\sqrt{n}}$.

$$\text{On résout : } \frac{2}{\sqrt{n}} = 0,2 \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{2}{0,2} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 100 \Leftrightarrow n = 10\,000$$

Donc, pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude 0,02, il faut un échantillon de taille 10 000

3. La borne inférieure de l'intervalle de confiance est 0,012 au risque d'erreur 5% donc sur 15000 habitants on peut espérer au moins $0,012 \times 15000$ soit 180 paniers vendusChaque panier étant vendu 20 euros, et $180 \times 20 = 3600$; on peut donc espérer une recette d'au moins 3600 euros. Ce qui est supérieur à la recette minimale de 3500 euros nécessaire chaque mois.

En conclusion, au niveau de confiance 0,95, le producteur peut envisager de se lancer.

Partie B 1,75pts

La production mensuelle de légumes permettra de livrer au maximum 1 000 paniers par mois. Le coût total de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par

$C(x) = \frac{-1}{48}x^4 + \frac{5}{16}x^3 + 5x + 10$. Lorsque x est exprimé en centaines de paniers, $C(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros. On admet que, pour tout nombre x de l'intervalle $[0 ; 10]$, le coût marginal est donné par la fonction. $C_m = C'$ où C' est la fonction dérivée de C .

1. Calculer $C_m(6)$, le coût marginal pour six cents paniers vendus.

$$C(x) = \frac{-1}{48}x^4 + \frac{5}{16}x^3 + 5x + 10 \text{ donc } C_m(x) = C'(x) = \frac{-4}{48}x^3 + \frac{15}{16}x^2 + 5 = \frac{-1}{12}x^3 + \frac{15}{16}x^2 + 5$$
$$\text{donc } C_m(6) = \frac{-1}{12}6^3 + \frac{15}{16}6^2 + 5 = 20,75$$

Donc le coût marginal $C_m(6)$ pour six cents paniers vendus est 20,75 euros

2. On note C'' la fonction dérivée seconde de C et on a $C''(x) = \frac{-1}{4}x^2 + \frac{15}{8}x$

a. C est convexe si et seulement si la dérivée seconde est positive.

$$\text{On sait que } C''(x) = \frac{-1}{4}x^2 + \frac{15}{8}x = \frac{1}{4}x(-x + \frac{15}{2})$$

$$\text{Racines : } \frac{1}{4}x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad ; \quad -x + \frac{15}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 7,5$$

Signe de $C''(x)$: polynôme du second degré où $a < 0$

x	0	7,5	10	
$C''(x)$	0	+	0	-

donc le plus grand intervalle de la forme $[0 ; a]$ inclus dans $[0 ; 10]$ sur lequel la fonction C est convexe est l'intervalle $[0 ; 7,5]$

b. D'après 2a, la dérivée seconde de la fonction C s'annule et change de signe en $x = a = 7,5$
donc le point d'abscisse $a = 7,5$ est un point d'inflexion de la courbe de la fonction C

Interprétation

Jusqu'à 7,5 centaines c'est à dire 750 paniers, le cout marginal est croissant donc le rythme de croissance du cout total de production augmente

A partir de 750 paniers, le cout marginal devient décroissant donc le rythme de croissance du cout total de production diminue

Partie C 1,25

1. Le prix d'un panier est fixe donc la recette est proportionnelle au nombre de paniers vendus donc la recette est représentée par une droite qui passe par l'origine, tracée en pointillés sur le graphique

Le producteur réalise un bénéfice lorsque la recette R est supérieure au coût C c'est-à-dire pour les abscisses des points où la droite est au-dessus de la courbe du coût C .

Donc pour réaliser un bénéfice, le producteur doit produire et vendre au moins 70 paniers, à une dizaine près.

2. Indiquer le bénéfice réalisé par le producteur s'il produit et vend 500 paniers dans le mois.

On cherche l'écart entre la droite et la courbe.

$$\text{On lit } R(5) = 100 \text{ et } C(5) \approx 60$$

Si le producteur produit et vend 500 paniers dans le mois, son bénéfice sera d'environ 40 centaines d'euros, soit 4000 euros.

3. Le producteur peut-il espérer réaliser un bénéfice de 5 000 euros dans un mois ? Argumenter la réponse.
L'écart maximal des ordonnées entre la droite et la courbe est d'environ 40 exprimé en centaines d'euros donc le bénéfice maximum que peut obtenir le producteur est d'environ 4000 euros, inférieur à 5000 euros donc le producteur ne peut pas espérer réaliser un bénéfice de 5000 euros dans un mois.